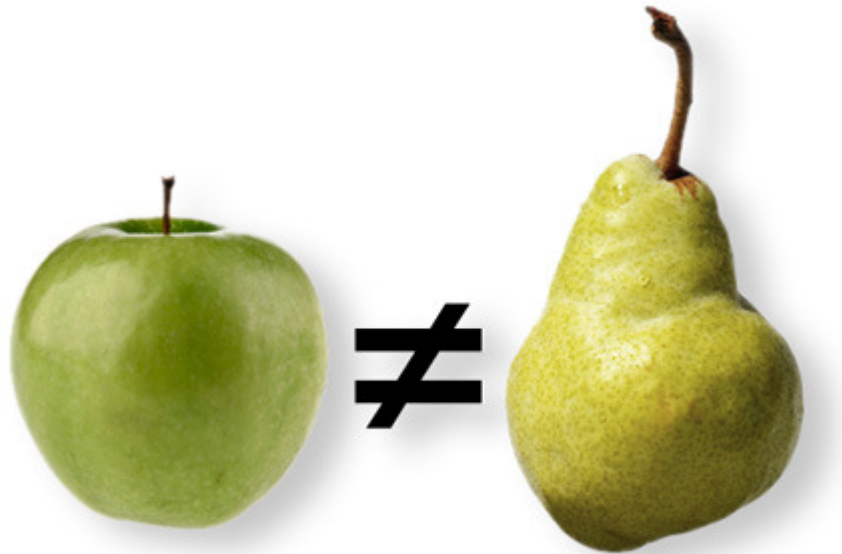


Prof. Dr. Alfred Toth

Äpfel und Birnen

Studien zu einer semiotischen Mathematik

Bd. 1: Zahlen



München 2010

His accents mild took up the tale;
He said, "I go my ways,
And when I find a mountain-rill,
I set it in a blaze;
And thence they make a stuff they call
Rowland's Macassar Oil--
Yet twopence-halfpenny is all
They give me for my toil."

Lewis Carroll, White Knight's Song

Inhalt

Vorwort

Das bisherige Standardwerk unter meinen mathematisch-semiotischen Büchern ist „Grundlegung einer mathematischen Semiotik“ (Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008). Das nun vorliegende 2-bändige Werk könnte dagegen auch heißen „Studien zu einer semiotischen Mathematik“. Was also ist der Unterschied zwischen „mathematischer Semiotik“ und „semiotischer Mathematik“?

Zuerst ist eine mathematische Semiotik, so ungewohnt es sich zunächst anhören mag, nichts anderes als eine Bezeichnung der von Charles S. Peirce (1839-1914) eingeführten Semiotik, denn die Peircesche Semiotik beruht auf einem komplexen Zeichenmodell, einer triadischen Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation und gehört damit schon von sich aus einerseits in die logische Relationentheorie und andererseits in die mathematische Ordnungstheorie. Dass zu Peirce's Zeiten die erste Theorie gerade durch Schröders Arbeiten im Entstehen war, die zweite jedoch erst viel später, im Anschluss an die Bourbakische Strukturtheorie der Mathematik, entstehen sollte, spielt dabei natürlich keine Rolle. Nun ist aber von mir in den letzten Jahrzehnten gezeigt worden, dass es kein einziges mathematisches Gebiet gibt, das sich nicht auf die Semiotik anwenden lässt, so dass ich wohl nicht zu Unrecht behauptet hatte, dass die Semiotik ein Teilgebiet der Mathematik sei.

Etwas schwieriger ist es, dem Laien, der dieses Buch noch nicht gelesen hat (und der vielleicht nicht einmal meine Aufsätze kennt), zu erklären, was eine semiotische Mathematik ist. Am einfachsten darf man vielleicht sagen: Es ist eine Mathematik, in der der Grundbegriff zunächst das Zeichen ist. Da das Zeichen aber nicht nur – wie die Zahl – eine rein syntaktische Dimension hat (man kann bekanntlich mit Zahlen allein keine Liebesbriefe schreiben), sondern dazu auch eine semantische und eine pragmatische, könnte man also sagen, eine semiotische Mathematik ist ebenfalls eine Disziplin der Mathematik, aber eine, in der mit Bedeutung und Sinn gerechnet wird (womit der Bremer Informatiker und

Mathematiker Frieder Nake spassig, aber auch ernsthaft dem Verfasser einen „geistigen Harakiri“ zuerkannt hatte).

So sind also sowohl die mathematische Semiotik wie die semiotische Mathematik Teildisziplinen der Mathematik, aber mit einem ganz unvorstellbar wichtigen Unterschied: Während die mathematische Semiotik ein „gewöhnliches“, d.h. quantitatives Teilgebiet der Mathematik ist, ist die semiotische Mathematik ein Teilgebiet der der quantitativen Mathematik übergeordneten (und sie umfassenden) qualitativen Mathematik. Wie ich in diesen zwei Bänden zeige, lässt sich der Zeichenbegriff als Basisbegriff der semiotischen Mathematik nämlich auf nicht weniger als 4 quanti-qualitative bzw. quali-quantitative Zahlbegriffe zurückführen, die ausserdem noch abstrakter und allgemeiner sind als der qualitative Zahlbegriff der bekannten „Mathematik der Qualitäten“ von Engelbert Kronthaler (1986).

Bei der Lektüre dieses Buches wird man sich also an die so oft vergessenen und vor dem Hintergrund der seit Jahrhunderten alleinüblichen Mathematik ausgegrenzten qualitativen Zahlen gewöhnen müssen. Wer am Strassenrand steht und seinen Kopf nach links und rechts dreht, wartet „den richtigen Moment“ ab, um loszulaufen – in der vorweggenommenen Sicherheit, auf der anderen Seite lebend anzukommen. Er berechnet aber hier nicht mittels partieller Differentialgleichungen, sondern ganz ähnlich wie eine Katze „abschätzt“, ob ihre Gelenke einen Sprung von so und so vielen Metern Höhe aushalten. Die Müller pflegten noch in der frühen Neuzeit Knöpfe in Seile zu machen, welche nicht nur das Gewicht des Mehles, sondern auch dessen Qualität ausdrückte. Man spricht ja heute noch von „1A-Qualität“! Die hebräischen Buchstaben haben alle einen Zahlenwert und einen Begriff. Und ich selbst habe – Jahrzehnte vor meinen Günther-Studien – von einem Milchmann gelernt, was qualitative Arithmetik ist: Herr Angehrn, der uns die Milch ins St. Galler Lämmli-brunn brachte, konnte das Herausgeld durch blosses Schütteln der Münzen in seiner Hosentasche mit den Fingern auf 1-Rappen-Stücke genau herausgeben. Ich weiss von ihm nicht mehr, als dass er mit etwa 50 Jahren um 1970 einem Herzanfall erlag. Seinem unbekanntem Andenken sei dieses, mein Lebenswerk, mit schuldigem Dank gewidmet.

Tucson (AZ), 19. April 2010

Prof. Dr. Alfred Toth

1. Die Rettung der Mathematik durch die Semiotik

1. Man schaue sich die folgenden Gleichungen an:

(1) $3 + 2 + 1 = 6$

(2) $\blacksquare + \bullet + \circ = ?$

(3) $3 + \bullet + 1 = ?$

Wir vereinbaren, dass \blacksquare für einen Apfel, \bullet für eine Birne und \circ für eine Orange steht. Dann ist also (1) eine rein quantitative Gleichung, (2) eine rein qualitative Gleichung und (3) eine gemischt quantitativ-qualitative Gleichung. Während die Gleichung (1) lösbar ist, sind die Gleichungen (2) und (3) unlösbar. Warum? Es wird unterstellt, dass Zahlen – und zwar ganz egal, um welche Zahlen zwischen natürlichen Zahlen und Quaternionen es sich handelt, auf homogene Objekte referieren und somit den selben arithmetischen Operationen unterworfen werden können. Eine Gleichung wie

(4) $3 + 2 + 1 = 7$

wäre also nicht notwendig falsch, sondern würde implizieren, dass mindestens einer der Summanden für ein inhomogenes Objekt steht und die zu addierenden Grössen daher nicht vergleichbar sind. Und genau dies ist der Fall bei (2) und (3): Wir lernen schon auf der Schule, dass man Äpfel und Birnen nicht addieren könne. Warum eigentlich nicht? Im Kopfe wissen wir doch, dass die Addition eine Menge aus zwei Früchten ergibt, von denen die eine Frucht ein Apfel und die andere Frucht eine Birne ist.

Von dem sprachlichen Kampf um eine möglichst adäquate Ausdrucksweise in Sprachen mit nicht-existentlem qualitativem Plural zeugen daher gerade die Namen von Frucht-Speisen. Z.B. dt. Fruchtsalat – engl. fruit salad, rum. salată de fructe (wobei die dt. Bezeichnung „Salat“ für Süßes falsch ist), dagegen ital. macedonia di frutta, franz. macéfoine de fruit. Dem dt. „Konfitüre“, dial. auch Marmelade, schwzdt. einheitlich Gonfi ausser in Tamins GR, wo dafür „Hungg“ = „Honig“ gesagt wird, engl. jam (das z.B. auch Papierstau bedeutet), marmelade, was ausschliesslich für Bitter-Orangen-Konfitüre verwendet wird, entsprechen im Ung. neben der völlig ungebräuchlichen engl. Entlehnung dzsem v.a. lekvár, das aber etwa das ist, was im

Amerik. als preserve bezeichnet wird und sonst nur „Zwetschgenmarmelade“ bedeutet. Ferner befőtt, wörtlich „Eingekochtes“. Will man dagegen ausdrücken, dass eine Speise mit Marmelade serviert wird (wofür im Dt. kein Ausdruck wie „marmeladiert“ vorhanden ist), heisst das ízes (z.B. palacsinta, im Gegensatz zu diós „mit Nüssen“).

Darüber hinaus kennt das Ung. einen regelrechten qualitativen neben einem quantitativen Plural, vgl.

Dohánytom két cigarettát. „Ich habe 2 Zigaretten (derselben Marke) geraucht.“

Dohánytom két cigarettákat. „Ich habe 2 Zigaretten (verschiedener Marke) geraucht.“

Streng genommen addieren wir in den obigen Gleichungen aber gar keine Objekte – man kann Objekte zusammenstellen, wie man Äpfel in eine Kiste legt, aber sie bestimmt nicht einer abstrakt-geistigen Operation unterziehen. Arithemische Operationen sind ja Zeichenprozesse, und Zeichen können nach Benses Invarianzgesetz die Objekte nicht verändern (Bense 1975, S. 40 ff.). Wir addieren also Zahlen, welche für die betreffenden Objekte stehen, d.h. Zeichen. Wenn wir aber Zeichen addieren, so folgt aus den obigen Gleichungen, dass wir bei (1) Zeichen addieren können und bei (2) und (3) Zeichen nicht addieren können – und zwar obwohl die Zeichen für die Objekte auch bei (2) und (3) definiert sind. Wir haben hier also ein klassisches Paradox vor uns. Ferner lehrt uns die elementare Algebra, dass mathematische Zeichen simple Platzhalter sind. Für

$$(5) x + y = z$$

können irgendwelche Zeichen eingesetzt werden, die Qualität der Objekte interessiert nicht. Wenn das aber wirklich stimmen würde, warum ist dann (5) für $x = \text{Apfel}$ und $y = \text{Birne}$ nicht lösbar? Hier liegt also ein weiterer Widerspruch in den elementarsten Grundlagen der Mathematik.

2. Nach allem, was wir bisher gehört haben, spielen also die Objekte, auf welche die Zeichen referieren, trotzdem eine Rolle, und zwar müssen die Zeichen, wie wir bereits in der Schule lernen, auf homogene Objekte referieren. Damit sind also Äpfel unter sich, Birnen unter sich, Orangen unter sich, usw. gemeint. Die mathematischen Zeichen müssen daher im semiotischen Sinne Bezeichnungsfunktionen sein, d.h. die abstrakte Form

$$Z = (1 \rightarrow 2)$$

aufweisen, worin "1" für das Zeichen als Mittel – das angeblich allein in der Mathematik zählt – und "2" wird das Objekt, das gezählt wird, steht. Zahlen sind also unvollständige Zeichen, Subzeichen, genauer Bezeichnungsfunktionen, die durch die Abwesenheit von Bedeutungsfunktionen und damit des Interpretantenbezug die Eindeutigkeit von $(1 \rightarrow 2)$ durch Ausschluss der Interpretation garantieren. Die klassische quantitative Mathematik funktioniert also nur auf der niemals reflektierten Annahme, dass die durch 2 bezeichneten Objekte stets die gleichen sind, womit also die stets unterstellte Homogenität dieser Objekte versichert wird.

Dass das in Wahrheit nicht so ist, sollte allerdings schon einem erstsemestrigen Studenten der Mathematik klar sein, denn dass natürliche, rationale, irrationale, transzendente, reelle, komplexe und andere Zahlen wie Quaternionen oder Oktonionen völlig verschiedene Objekte sind, ist unmittelbar klar. Schon bei algebraischen Zahlen wie $\sqrt{2}$ kann man wenigstens nicht mehr im Sinne der klassischen Ontologie von "Objekten" reden. Wenn wir also eine Gleichung aufstellen wie

$$(6) \quad 4 + \sqrt{2} + \sqrt{-1} = 5,414 + i$$

so ist diese zwar lösbar, aber die drei Summanden und die Summe stehen für nicht weniger als 4 verschiedene Objekte, d.h. die obige Gleichung ist um keinen Deut weniger qualitativ als wenn wir schreiben

$$(2) \quad \blacksquare + \bullet + \circ = 24 - j,$$

wobei es ganz egal ist, was "j" bezeichnet. In (6) ebenso wie in (2) haben alle Glieder der Gleichung verschiedene Objektbezüge, und die Tatsache, dass in der klassischen Mathematik (6), aber nicht (2) lösbar ist, beruht auf der impliziten, unreflektierten und unbewiesenen Voraussetzung, dass es statthaft sei, verschiedene Qualitäten wie eine Qualität, d.h. inhomogene Objekte als homogene zu behandeln. Dieser Prozess der "Homogenisierung von Objekten" wird seit Hegel dadurch erklärt, dass die klassische Mathematik "alle Qualitäten bis auf die

eine Qualität der Quantität“ eliminiert habe. Dass das jedoch unstatthaft ist, hatten wir bereits gesehen: Eine angeblich statthaftfe “Lösung” einer Gleichung wie $(5,414 + i)$, wo also eine ein- und eine zweidimensionale Zahl, ferner eine irrationale und eine imaginäre Zahl scheinbar addiert werden, ist um nichts mehr wert als der nicht-statthafte Ausdruck (1 Apfel + 2 Birnen).

3. Die Mathematik ist also überhaupt nicht quantitativ, und wenn sie so tut, dann basiert sie auf lauter Fehlannahmen. Genauso gut könnte man nämlich alle Qualitäten dieser Welt auf die eine Qualität “rot” reduzieren. Dann wäre es unmöglich, Zahlen zu addieren, weil Farbqualitäten nicht zu deren Definitionen gehören, wohl aber Ausdrücke wie (Sonne + Feuer), (Blut + Rotstift) oder (Sonnenbrand + Sangria). Was hier absolut lächerlich erscheint, ist aber weniger lächerlich als alle Objekte auf deren Quantität zu reduzieren, denn die Quantität spielt bei den allerwenigsten Objekten dieser Welt eine Rolle. Ferner lassen sich viele Objekte überhaupt nicht abzählen. Sinnvoll wäre die Quantitätsreduktion nur dann, wenn sie auf die Objekte Rücksicht nähme, d.h. aber qualitativ gebunden wäre, wenn also die Höhe eines Tisches, die Stunden, die eine Reise benötigt oder das Gewicht einer Person bestimmt werden. In einer Mathematik jedoch, wo die Quantität nicht mit den individuellen Qualitäten der Objekte koordiniert ist, ist es unsinnigerweise möglich, etwa die Höhe eines Tisches in Sekunden oder das Gewicht einer Person in Zentimetern zu bestimmen, denn nichts hindert uns, etwa in (5) für $x = 2$ und für $y = 3$ zu setzen

$$2 + 3 = 5$$

und den Ausdruck wie folgt zu interpretieren: “2 Sekunden plus 3 Tonnen ist gleich 5 Meter”, denn die Masseinheiten sind ja an Qualitäten gebunden, und diese spielen in algebraischen Platzhaltergleichungen keine Rolle.

Gibt es überhaupt Objekte, die nicht qualitativ sind? Die Beantwortung dieser Frage würde wohl von der Definition von Objekt abhängen. Im Sinne der klassischen Ontologie, wo unter Objekt ein Gegenstand verstanden wird, ist dieser mit unseren Sinnen wahrnehmbar. Damit muss er aber notwendigerweise qualitativ sein, und seine quantitative Apperzeption stellt eine sekundäre Abstraktion und daher eine Interpretation dar. Es wird oft gesagt, dass gewisse

Vogelarten nicht zählen könnten, wie viele Brotstücke ihnen vorgelegt werden, aber dass es sich um Brot – oder wenigstens um das qualitative Konzept “Essbares” - handelt, das wissen sie wohl. Wie gesagt: Der mathematische Objektbegriff ist nicht nur deshalb problematisch, weil Dinge wie $3,1415 \dots$ oder $i = \sqrt{-1}$ keine klassischen Objekte sind, auch nicht nur deshalb, weil sämtliche Zahlbereiche auf anderen Zahlobjekten basieren, sondern grundsätzlich wegen der unreflektierten Annahme, dass man aus den ein Objekt definierenden Qualitäten ein beliebiges Merkmal herausgreifen und das Objekt auf es allein reduzieren könne. Streng genommen, bleibt aber die klassische Mathematik sogar in diesem Fall noch qualitativ, nur wird sie vollkommen absurd.

4. Ein ebenfalls konstant übersehenes Problem liegt jedoch in der sprachlichen Interpretation und nicht in den mathematischen Gleichungen selber. So wird oft gesagt, 1 Apfel + 1 Apfel ergäbe eben “2 Früchte”, und dieses Ergebnis wird zur Illustration der qualitativen Reduktion auf die Quantität angegeben: Danach ist “Frucht” sozusagen der quantitative Kern eines Apfel, einer Birne, etc., nachdem die Qualitäten entfernt wurden oder der “kleinste gemeinsame Merkmalsteiler” der Objekte Apfel, Birne, etc. Wie bereits gesagt, wenn wir nach der Lösung der Gleichung 1 Apfel + 1 Birne gefragt werden, dann ist uns wohl bewusst, dass es sich um 2 Objekte handelt, wobei das eine ein Apfel und das andere eine Birne ist. Die “Lösung” der qualitativen Gleichung wird uns also nicht etwa durch die quantitative Mathematik verunmöglicht, sondern dadurch, dass uns ein Wort in unserer Sprache fehlt, das eine Menge bestehend aus Äpfeln und Birnen zusammenfasst. Gäbe es ein solches Wort, könnte man etwa folgende Vereinbarung machen: Wir kürzen inhomogene Objekte mit grossen Buchstaben (A, B, C, ...) ab und drücken durch blosse Juxtaposition aus, dass sie nicht weiter zusammengefasst werden können:

$$(7) \quad 1 \text{ Apfel} + 1 \text{ Birne} = 2 \text{ AB}$$

Diese Gleichung ist um nichts absonderlicher als

$$(6) \quad 4 + \sqrt{2} + \sqrt{-1} = 5,414 + i$$

5. Semiotisch gesprochen, liegt die Lösung des Problems natürlich in der Einsicht, dass "Zeichen", die nur aus Bezeichnungsfunktionen bzw. Objektbezügen bestehen, sinnlos sind. Solche Subzeichen werden erst dann zum Zeichen, wenn sie durch einen Interpretantenbezug in eine Bedeutungsrelation eingebettet werden:

$$(8) \quad ((1 \rightarrow (1 \rightarrow 2)) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)) \rightarrow (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$$

Dies ist so zu lesen: Zunächst wird ein Mittel auf einen Objektbezug abgebildet, und dieses Gebilde wird auf einen Interpretantenbezug abgebildet. Das Resultat aber muss darin bestehen, dass das Mittel im Objektbezug und beide zusammen im Interpretantenbezug enthalten sind. Diese semiotische Operation gibt den Objekten ihre Qualität zurück, indem sie die Interpretation zulässt. D.h. bei jedem Objekt wird geprüft, ob und welche Quantitäten sinnvoll sind. Was hier getan wird, ist also das genaue Gegenteil von dem, was Günther mit seiner Keno-grammatik bezweckte: Er versuchte die bereits von den Qualitäten befreiten Zahlen zusätzlich noch von den Quantitäten zu befreien. Dies resultiert aber in einen Kalkül von Formen und in nichts, das auch nur entfernt mit Mathematik zu tun hat.

Um die Mathematik zu retten, bleibt uns also nur übrig, sie auf die Semotik aufzubauen, denn die Semiotik ist die einzige Wissenschaft, welche auf Zeichenklassen aufgebaut ist, die die "kleinsten gemeinsamen Vielfachen" der Qualitäten enthalten. Um nicht durch Wahl von Zeichen den Eindruck einer quantitativen Reduktion zu erwecken, schreiben wir die semiotische Matrix wie folgt:

$$\left(\begin{array}{ccc} \triangle & \blacktriangle & \blacktriangle \\ \square & \blacksquare & \blacksquare \\ \circ & \bullet & \bullet \end{array} \right)$$

Danach können also Zeichenklassen wie folgt geschrieben werden:

(3.1 2.1 1.1) \rightarrow (\circ \square \triangle)

(3.1 2.1 1.2) \rightarrow (\circ \square \blacktriangle)

(3.1 2.1 1.3) \rightarrow (\circ \square \blacktriangle)

usw.

Wie gelangt man also von einem Fieber über eine Fieberkurve zu einem Namen für das betreffende Fieber, von einem physikalischen Sachverhalt über das entsprechende Diagramm zur Beschreibung des Sachverhaltes? Da gibt es keinen quantitativen Weg, auch wenn man die Zeichenklassen eindeutig mit ihren trichotomischen Werten allein schreiben kann:

(3.1 2.1 1.1) \rightarrow (111)

↓ ↓

(3.1 2.1 1.2) \rightarrow (112)

↓ ↓

(3.1 2.1 1.3) \rightarrow (113)

Eine solche quantitative Notation würde einen zur folgenden Subtraktion hinreissen lassen:

$$(133) - (113) = 20 \text{ (bzw. } 020)$$

Damit hätten wir also z.B.

Wort $- 20 =$ Fieberkurve,

Wort/Fieberkurve $= 20 = 40/2$

$20 \cdot$ Fieberkurve $=$ Wort, etc.

Das ist es genau, was die klassische Mathematik tut: Ein Wort ist ein 1-dimensionales lineares Objekt, eine Fieberkurve ist ein 2-dimensionales flächiges

Objekt, und wenn man $(4 + \sqrt{2} + \sqrt{-1} = 5,414 + i)$ berechnen darf, darf man auch die obigen drei Gleichungen berechnen.

Objekte können nur als Zeichen wahrgenommen werden, weil nur das gegeben ist, was repräsentierbar ist (Bense 1981, S. 11). Zeichen setzen aber eine vollständige triadische Relation und nicht nur eine Bezeichnungsfunktion hinter den vorgeblichen Monaden voraus, wie es die Mathematik tut. In triadischen Zeichenrelationen sind allerdings die Quantitäten zusammen mit ihren Qualitäten erhalten. Gleichzeitig bilden aber die 10 Peirceschen Zeichenklassen das minimale Reduktionssystem der Repräsentation und damit auch der Objekte. Das bedeutet, dass das Peircesche Zehnersystem die "kleinsten gemeinsamen Vielfachen aller Qualitäten" darstellt. Die Semiotik stellt damit die minimale abstrakte Basis und das minimale formale Organon dar, hinter das zum Preise von Absurdität nicht mehr zurückgegangen werden darf. Ohne die Semiotik ist somit die klassische Mathematik ein System von Absurditäten, die bereits dann auftreten, wenn Zahlen aus verschiedenen Zahlbereichen durch arithmetische Operationen verknüpft werden sollen. Nicht in der weiteren Reduktion zum Nichts der Kenogrammatik liegt daher die Rettung der Mathematik, sondern in der Wiederherstellung des Pythagoreischen quanti-qualitativen bzw. quali-quantitativen Zahlbegriffs durch Rekonstruktion des semiotischen Interpretantenbezugs und Wiedervervollständigung des der Mathematik zugrunde liegenden Subzeichenbegriffs zum vollständigen Zeichenbegriff.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

2. Das Werden aus dem Nichts

1. Wo Sein und Nichts sich berühren, dort liege das Werden – so kann man einen bekannten Hegelsatz paraphrasieren. Nun wurde die Meontik von Günther (1976-80) als der Strukturbereich des Nichts bestimmt. Die Semiotik bildet nach Bense (1975, S. 45 f. u. 65 f.) einen semiotischen Raum und die Welt der Objekte einen ontischen Raum. Allerdings weist Bense auch daraufhin, dass zwischen ontischem und semiotischem Raum ein Raum disponibler Objekte als präsemiotischer Vermittlungsraum anzunehmen ist. In Toth (2009) hatte ich versucht, diese erkenntnistheoretischen Räume abgekürzt wie folgt zu skizzieren:

1. Polykontextural-semiotische Ebene

(1.1 _{1,3}	1.2 ₁	1.3 ₃)
	2.1 ₁	2.2 _{1,2}	2.3 ₂	
	3.1 ₃	3.2 ₂	3.3 _{2,3})



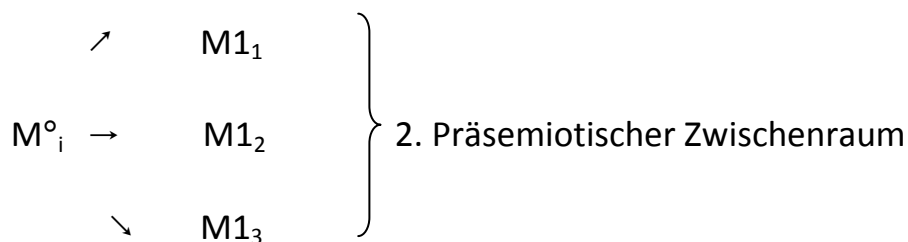
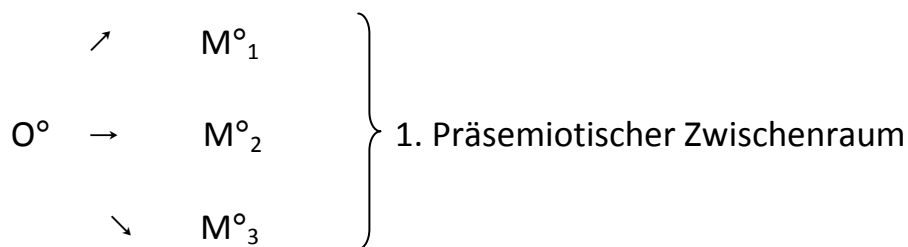
0	1, 2, 3
00	(1.1), (2.2), (3.3)
01	(1.2)/(2.1), (1.3)/(3.1), (2.3)/(3.2)
000	(1.1.1), (2.2.2), (3.3.3)
001	(1.1.2), (1.1.3), (2.2.1), (2.2.3), (3.3.1), (3.3.2)
010	(1.2.1), (1.3.1), (2.1.2), (2.3.2), (3.1.3), (3.2.3)
011	(1.2.2), (1.3.3), (2.1.1), (2.3.3), (3.1.1), (3.2.2)
012	(1.2.3), (1.3.2), (2.1.3), (2.3.1), (3.1.2), (3.2.1)



2. Präsemiotische Ebene

(0.1), (0.2), (0.3)

Danach enthält also die “Welt” als ontologischer Raum zunächst alle Objekte. Diese können durch Semiose, d.h. durch ihre Verwandlung in Meta-Objekte (Bense 1967, S. 9), zu Zeichen erklärt werden. Allerdings ist die Sache nicht so einfach. Nach Bense (1975, S, 45 f., 65 f.) gibt es nämlich einen ersten Zwischenraum, in dem die “disponiblen Objekte” auf “disponible” Mittel abgebildet werden:



Nun ist aber zum ersten Zwischenraum zu sagen, dass diese Disponibilität bereits den Objekten anheften muss, und zwar hatte Bense zwischen

- dem elementar-materialen,
- dem intentional-phänomenalen und
- dem formal-intelligiblen

“Weltaspekt inserer geistigen Aktivität” (Bense 1986, S. 95) unterschieden. Daraus folgt, dass das Zeichen nicht-arbiträr ist (Toth 2008). Bei der Abbildung der $O^{\circ} \rightarrow M^{\circ}_i$ handelt es sich also um präsemiotische **Selektion**, wobei dieser Begriff wohl mit dem Selektionsbegriff aus der neusten Arbeit Rudolf Kaehrs (vgl. Kaehr 2009)

und weniger mit dem Selektionsbegriff Beneses übereinstimmt. Im zweiten Zwischenraum werden dann die disponiblen Mittel auf die relationalen Mittel abgebildet, wobei also nach Kaehr nach der Selektion eine **Elektion** eintritt. (Man kann diese beiden durch Selektion und Elektion gekennzeichneten intermediären Räume mit gewissen Stufen im akademischen Berufungsverfahren vergleichen, wo ja zunächst aus der Menge der Objekte, d.h. der Kandidaten (denen selbst ja die Selektionsfähigkeit eignen muss) eine provisorische Lste erstellt wird, aus dem dann ein Kandidat durch Elektion gewonnen wird.) Auch dann, wenn man z.B. einen Flughafen mittels Piktogrammen beschriften will, wird man zunächst mehrere Repertoires auf interkulturelle Verständlichkeit abchecken, d.h. der eigentlichen Elektion eine Selektion voraufgehen lassen.

Darauf folgt also, dass unser obiges Modell den neuen Ergebnissen angepasst **werden muss**:

Präsemiotische Ebene 2 (Elektion)

(0.1) → (1.1)

(0.2) → (1.2)

(0.3) = (1.3)



Präsemiotische Ebene 1 (Selektion)

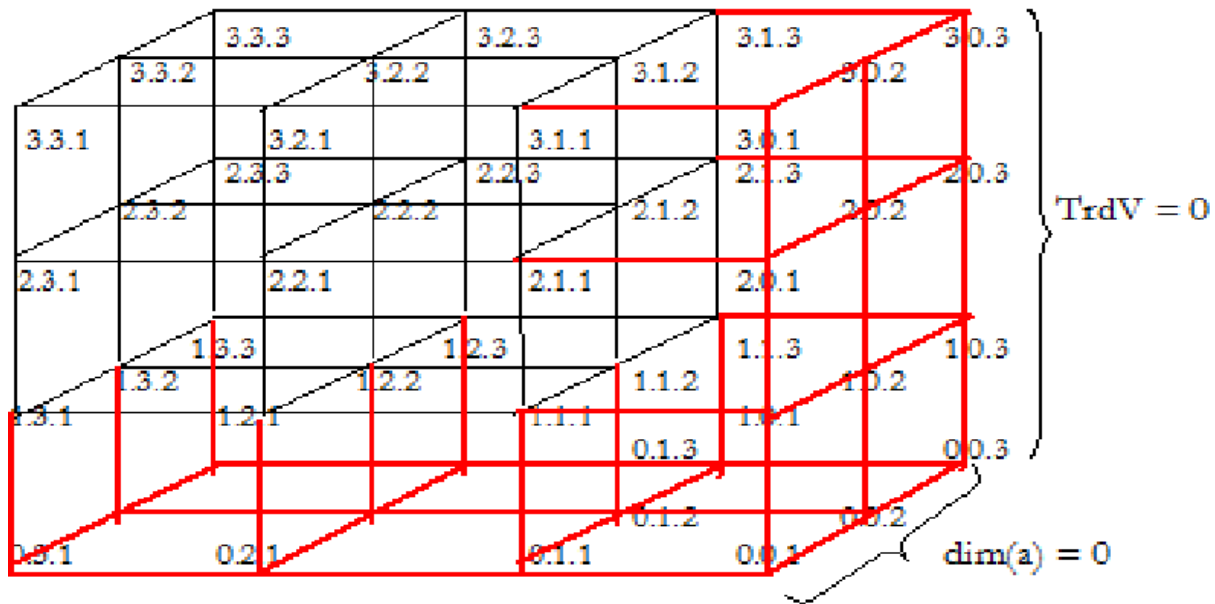
$O_1^\circ \rightarrow (0.1)$

$O_2^\circ \rightarrow (0.2)$

$O_3^\circ \rightarrow (0.3)$

2. Zur Darstellung semiotischer Ebenen und Räume, von denen hier durchgehend die Rede ist, ist das 2-dimensionale Peirce-Bensesche Zeichenmodell nicht mehr genügend. Ich hatte daher schon in früheren Publikationen auf Stiebings Zeichenkubus (Stiebing 1978) zurückgegriffen und in Toth (2009) ein vollständiges Modell semiotischer Nullheit entworfen. Darunter sei also der semiotisch-topologische

Gesamtbereich dimensionaler, triadischer und trichotomischer Nullheit verstanden, wobei dieser topologische Raum nach dem oben Gesagten die beiden präsemiotischen Stufen der Selektion und der Elektion enthält. Das in Toth (2009) vorgestellte Modell sei hier nochmals reproduziert:



Man erkennt, dass dieses Modell wohl die dimensionale Nullheit als auch die triadische Nullheit enthält, nicht jedoch die trichotomische Nullheit. Zur modelltheoretischen Fixierung von $TrchV = 0$ müsste man also auf der linken Seite des Kubus nochmals denselben rechten roten Teil spiegelverkehrt anbauen. Warum ist das hier nicht geschehen? Das müsste eigentlich völlig klar sein allen denen, die begriffen haben, was semiotische Nullheit ist. Semiotische Nullheit ($\mathbf{0}$) ist der Inbegriff der kategorialen Nullheit mit Relationalzahl $r > 0$, also die Menge aller Zeichenrelationen

$$\mathbf{0} := \{x \mid x \in (a.b)_r^k \text{ mit } r > 0 \text{ und } k = 0\}.$$

Aufgrund von dieser Definition kann man nun auch sagen, dass semiotische Nullheit die Menge aller Zeichenrelationen sind, welche die 3-adischen 3-dimensionalen semiotischen Strukturen

1. (0.a.b)

2. (a.0.b)

3. (a.b.0)

erfüllen. Damit können wir nun in erstaunlich einfacher Art das Werden aus dem Nichts mathematisch definieren: Es sind genau die rot-schwarzen Grenzpunkte im obigen erweiterten Stiebing-Kubus, allgemein also

Dimensionszahl = 0:

(0.a.b) \rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} 1. \\ 2. \end{array} \right\}$ a. b
3.

Triadischer Wert = 0:

(0.a.b) \rightarrow a. $\left\{ \begin{array}{l} 1. \\ 2. \end{array} \right\}$ b
3.

a, b \in {1, 2, 3} und a \leq b

Bibliography

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik.
Klaenfurt 2008

Kaehr, Rudolf, Polycontextural and diamond dynamics.
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Polychange/Polychange.pdf> (2009)

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, The complete semiotic space of Zeroness. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

3. Das Zeichen als quantitativ-qualitative Relation

1. Bense (1979, S. 60) hatte darauf hingewiesen, dass die Zeichenrelation "nicht nur die ordinale 'Posteriorität' (wie nach Peirce die Ordnungszahlen), sondern auch die Selektivität" voraussetze. Nun wurde bereits in Toth (2009

ZR = ((.1.) > (.2.) > (.3.))

Dagegen bedeutet Selektion nach Bense Auswahl aus einem Repertoire (1979, S. 22), und zwar nach dem trichotomischen Schema

(Kat > Mod > Rpr),

d.h. Kategorisation, Modalisation und Repräsentation (Bense 1979, S. 60). Die Selektion ist demnach ein qualitativer Prozess, und zwar einer, der zu allgemeineren, d.h. abstrakteren Repertoires führt. So ist etwa das Repertoire der Qualizeichen an die Sinne gebunden, während das Repertoire der Legizeichen sich an den Verstand richtet, wobei das Repertoire der Sinzeichen den Übergang zwischen den beiden anderen Repertoires bildet. Qualitativ bedeutet also die trichotomische Generierung von einem erstheitlichen über ein zweitheitliches zu einem drittheitlichen Repertoire eine Öffnung, die wir daher besser mit "<" bezeichnen.

Damit können wir also in den abstrakten Zeichenrelation zwei gegenläufige Relationen unterscheiden: die quantitative Nachfolgerrelation (>) und die qualitative Selektionsrelation (<):

$$ZR = ((.1.) \cong (.2.) \cong (.3.))$$

Dabei entspricht die quantitative Nachfolgerrelation der Benseschen "Mitführung" des Repertoires, die er durch die quantitative Folge des "Prinzips der Nachfolgerrelation"

1, 11, 111, ...

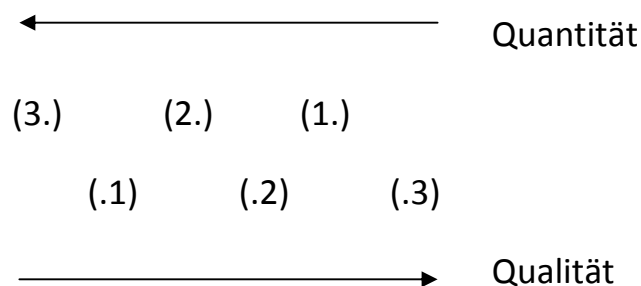
kennzeichnete (1979, S. 45) und dazu bemerkte, dass "Selektion und Mitführung (...) zwar einander ausschliessende, aber auch einander ergänzende und damit also komplementäre Phasen der Semiose oder Retrosemiose" seien (1979, S. 47).

2. Das Zeichen ist damit eine quantitativ-qualitative Relation, oder genauer: Die Zeichenrelation ist vom Standpunkt der Relation ihrer triadischen Hauptwerte eine quantitative und vom Standpunkt der Relation ihrer trichotomischen Stellenwerte eine qualitative Relation. Damit ist also eine Zeichenklasse eine quanti-qualitative und eine Realitätsthematik eine quali-quantitative Relation.

Von hier her fällt zunächst Licht auf die von Bense (1992) extensiv dargestellte Eigenrealität. Wie Bense selbst bemerkte, sind in der mit ihrer Realitätsthematik dual-invarianten Zeichenklasse

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3)$$

die triadischen Haupt- und die trichotomischen Stellenwerte gleichverteilt:



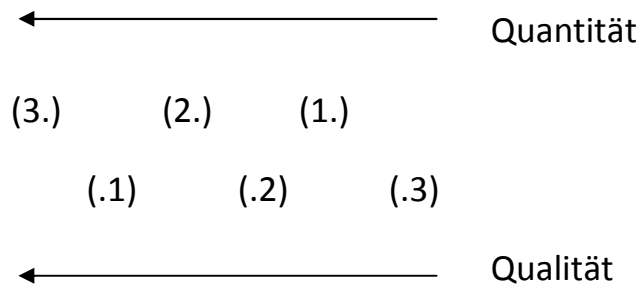
Diese Zeichenklasse/Realitätsthematik kommt also durch "additive Assoziation" (1981, S. 204) der einander numerisch entsprechenden quantitativen und qualita-

tiven Fundamentalkategorien zustande. Eigenrealität bedeutet somit die Gleichverteilung von Quantität und Qualität in einem semiotischen Dualsystem.

3. Werfen wir nun einen Blick auf die von Bense (1992) ebenfalls mehrfach behandelte Genuine Kategorienklasse

(3.3 2.2 1.1) × (1.1 2.2 3.3),

die Bense aus als Zeichenrelation “schwächerer Eigenrealität” (1992, S. 40) bezeichnete und deren permutationelle Beziehung zur eigenrealen Zeichenklasse er hervorhob (1992, S. 20). Hier sind in der “Zeichenthematik” der quantitativen Werte und in der “Realitätsthematik” die qualitativen Werte konstant, d.h. Quantität und Qualität sind insofern auf Zeichen- und Realitätsthematik verteilt, als die Zeichenthematik rein quantitativ und die Realitätsthematik rein qualitativ ist.



Die Genuine Kategorienklasse thematisiert also eine Realität, bei der einem rein quantitativen Zeichen ein rein qualitatives bezeichnetes Objekt korrespondiert. Möglicherweise hat kommt von hier aus also zusätzliche Evidenz zu Benses Vermutung, dass die Genuine Kategorienklasse “ein reales Existenzmodell” der Turingmaschine sei (1979, S. 22 f.).

4. Aus den Ergebnissen zur Genuinen Kategorienklasse stellt sich die Frage, ob es auch das Gegenteil gabe: eine rein qualitative Zeichenklasse, der ein rein quantitatives bezeichnetes Objekt korrespondiert. Da die Qualität an die Selektionsordnung der Realitätsthematiken gebunden ist und da bei Realitäts-

thematiken die für Zeichenklasse gültige degenerativ-retrosemiosische Ordnung der Primzeichen aufgehoben ist, können all diejenigen Zeichenrelationen, die nach der inversen, d.h. generativ-semiosischen Ordnung konstruiert sind, als qualitative Zeichen aufgefasst werden, also z.B.

(1.2 2.1 1.1)

(1.2 2.1 2.2)

(3.2 2.1 2.3), usw.

Wir können nun diese explizit als Zeichenthematiken eingeführten Relationen dualisieren und erhalten dann folgende Realitätsthematiken

$\times(1.2\ 2.1\ 1.1) = (1.1\ 1.2\ 2.1)$

$\times(1.2\ 2.1\ 2.2) = (2.2\ 1.2\ 2.1)$

$\times(3.2\ 2.1\ 2.3) = (3.2\ 1.2\ 2.3)$

Wie man sieht, erhält man auf diese Weise also genau 2 Typen von "Zeichenklassen":

1. Solche, bei denen das Gesetz der paarweisen Verschiedenheit der triadischen Hauptwerte aufgehoben ist
2. Permutationen von regulären Zeichenklassen.

1. und 2. sind Bedingungen für rein qualitative Zeichen, denen rein quantitative bezeichnete Objekte korrespondieren, also die Inversion der Charakteristiken der Genuinen Kategorienklasse.

5. Aus den Ergebnissen zur eigenrealen, kategorienrealen und den durch die Bedingungen 1. und 2. eingeschränkten Zeichenrelationen folgt weiter, dass sämtliche Peirceschen Zeichenklassen mit Ausnahme der eigenrealen, d.h. die verbleibenden 9 von 10 Zeichenklassen quanti-qualitativ gemischt und ihre entsprechenden Realitätsthematiken damit quali-quantitativ gemischt sind. Wenn man wie unter 4. vorgeht und die Realitätsthematiken als Zeichenklassen

definiert, so dass die Zeichenklassen als Realitätsthematiken erscheinen, sind die 9 Zeichenklassen also quali-quantitativ gemischt und ihre entsprechenden Realitätsthematiken quanti-qualitativ gemischt.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Das Zeichen als qualitative Zahlenrelation. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009)

4. Das Zeichen als qualitative Zahlenrelation

1. Bekanntlich kann man Zeichenklassen und Realitätsthematiken auf drei Arten schreiben:

1.1. Mit den Namen der Subzeichen, aus denen sie zusammengesetzt sind, z.B. rhematisch iconisches Legizeichen.

1.2. Unter Verwendung der semiotischen Modalitäten, z.B. (NM WM MN).

1.3. Unter Verwendung der semiotischen Kategorien (3.1 2.1 1.3).

Besonders die numerische Notation von Zeichenklassen und Realitätsthematiken ist nun geeignet zu verschleiern, dass es sich bei semiotischen Ausdrücken nicht um quantitative, sondern um qualitative Relationen handelt. Da spätestens seit Hegel die Quantität als eine Qualität anerkannt wird, sind damit semiotische Ausdrücke insofern den Kenogrammen und Morphogrammen der Polykontextualitätstheorie vergleichbar, als auch diese als quanti-qualitative bzw. quali-quantitative Ausdrücke ausgewiesen werden (Kronthaler 1986, S. 131 ff.).

2. Der grundlegende Unterschied zwischen semiotischen Repräsentations-schemata und kenogrammatichen Präsentationsschemata besteht jedoch darin,

dass erstere die monadischen und dyadischen Subzeichen der Logik und der Mathematik zu triadischen Zeichenrelationen komplettieren, während letztere sie auf eine rein formale Abstraktionsstufe zurückführen, wo es keinen Platz für Bezeichnung und Bedeutung mehr hat. Die Zeichen der Semiotik sind daher Repräsentationsschemata, in denen Qualitäten tatsächlich repräsentiert **werden**, während die Kenos der Polykontextualitätstheorie Strukturen des Nichts sind, in denen sowohl Qualitäten als auch Quantitäten präsentiert **werden können**. Wenn also behauptet wird, die “Mathematik der Qualitäten” sei insofern mächtiger als die “Mathematik der Quantitäten”, als jene diese als (monokontexturalen) Sonderfall enthalte, so ist das nicht richtig, denn die qualitative Arithmetik rechnet mit reinen Formen, die so abstrakt sind, dass noch nicht einmal die grundlegenden Ansprüche an mathematische Gebilde (wie z.B. ein Gruppoid zu sein) erfüllt sind. Auf der anderen Seite kann die Semiotik weitgehend mit Hilfe der “quantitativen Mathematik” formalisiert werden, so dass wegen des qualitativen Charakters semiotischer Repräsentationsschemata also **mit Bedeutung und Sinn gerechnet werden kann**, was erst eine wirkliche **qualitative Mathematik** ausmacht, nämlich eine **semiotische Mathematik**. Will man also Gebiete, die traditionell als der Mathematik nicht zugänglich gelten, der Mathematik zugänglich machen, sollte man nicht auf die alles Mathematischen und Logischen entleerte Keno- und Morphogrammatik zurückgreifen, sondern die Mathematik in die Semiotik einbetten. Die Semiotik als Teil der Mathematik formalisiert die klassische Semiotik, während die Mathematik als Teil der Semiotik die Mathematik um die Berechenbarkeit des Qualitativen bereichert.

3. Bense (1975, S. 168 ff. und 1983, S. 192 ff.) hatte gezeigt, dass die Einführung der Primzeichen der Peanoschen Induktion bzw. den Peirceschen “Axioms of Numbers” entspricht. Damit wird also die Generation der Fundamentalkategorien (.1.), (.2.), (.3.) oder “Erstheit”, “Zweitheit”, “Drittheit” explizit mit der Nachfolgerrelation der ersten drei Ordnungszahlen verglichen. Allerdings hatte Bense bereits in (1979, S. 60) – was von den Anhängern einer “quantitativen” Semiotik gerne übersehen wird – darauf aufmerksam gemacht, dass “nicht nur die ordinale Posteriorität, sondern auch die Selektivität” für die Ordnung der

Primzeichen bzw. Fundamentalkategorien massgebend sei, was Bense wie folgt formalisierte:

Kat > Mod > Rpr

Ohne Selektion wäre es also kein Problem, die Ordnung der ersten drei Ordinalzahlen

1. → 2. → 3.

mit der Ordnung der drei Fundamentalkategorien

.1. → .2. → .3.

gleichzusetzen und eine quantitative Semiotik aufzubauen. Die Selektion ist es, welche die Qualitäten in diese Ordnungsrelation hineinbringt. Selektion heisst jedoch, dass aus einer Menge eine bestimmte Anzahl von Elementen herausgenommen wird und alle übrigen Elemente in der Menge belassen werden. Sich FÜR jemanden entscheiden, bedeutet gleichzeitig, sich GEGEN alle übrigen entscheiden. Daher ist also, mengentheoretisch gesehen, die Erstheit grösser als die Zweit- und Drittheit und die Zweitheit grösser als die Drittheit. Wenn man daher festlegt, dass im quantitativen Ausdruck der Ordnungsrelation

$x \rightarrow y$

$x < y$, d.h. die Kleiner-als-Beziehung gilt, während im qualitativen Ausdruck der Selektionsrelation

$x < y$

$x > y$, d.h. die Grösser-als-Beziehung gilt, kann man die Primzeichenrelation wie folgt darstellen:

$PZR = (.1.) \lesseqgtr (.2.) \lesseqgtr (.3.),$

wobei also der untere Pfeil die quantitative Ordnungsrelation und der obere Pfeil die qualitative Selektionsordnung bezeichnet. Zwischen jeder Fundamentalkategorie verläuft also zugleich eine quantitative und eine qualitative Relation.

4. Nun stellt allerdings jedes der 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix eine eigene Qualität dar, d.h. jede Zeichenklasse und Realitätsthematik sowie jede andere Zeichenrelation ist im Sinne ihrer Ordnungsrelationen eine "Qualität über Qualitäten" wie sie ja auch eine "Relation über Relationen" (Bense 1979, S. 53) ist. Wenn nun die Subzeichen durch kartesische Multiplikation aus der Primzeichen gebildet werden, so entstehen horizontal Subzeichen des Typs

(a.1), (a.2), (a.3), d.h. $a \in \{1., 2., 3.\} = \text{const.}$

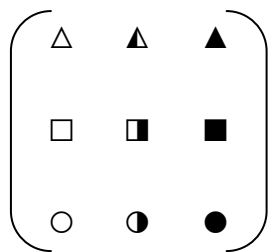
und vertikal Subzeichen des Typs

(1.a), (2.a), (3.a), d.h. $a \in \{.1, .2, .3\} = \text{const.}$

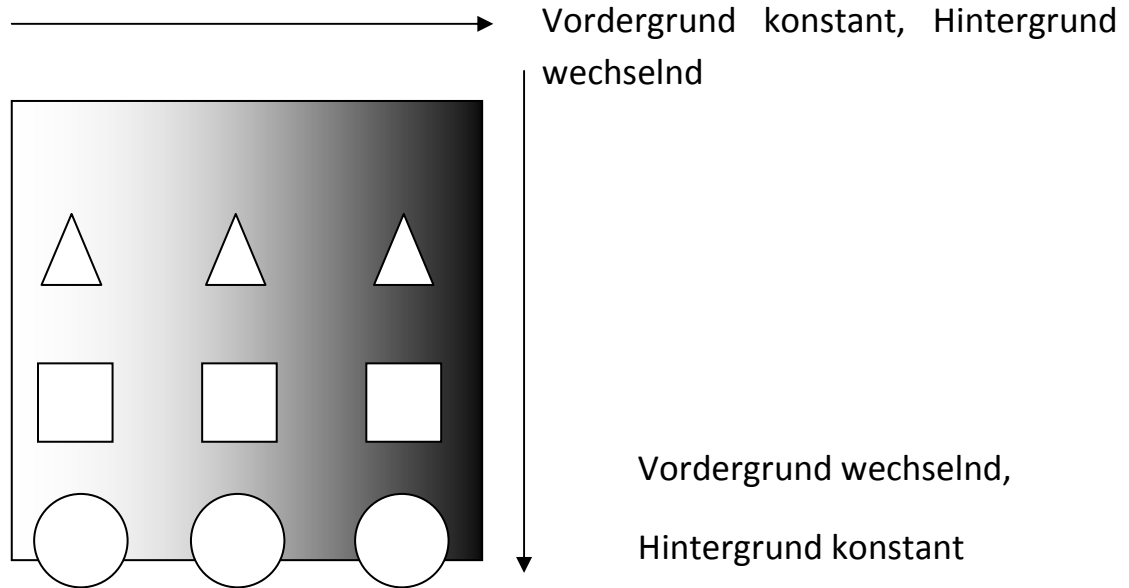
Aus dem universellen ordinal-selektiven Schema

Kat > Mod > Rpr

modifizieren also die ersten Typen, die Triaden, ihren STELLENWERT hinsichtlich dieses Schemas, und die zweiten Typen, die Trichotomien, ihren HAUPTWERT. In der numerischen Schreibung besteht daher ein Unterschied zwischen (1.3) und (3.1), der sich nicht in der rein quantitativen Dualisationsbeziehung erschöpft, sondern zusätzlich mit einem Quantitätswechsel verbunden ist. Es ist daher besser, wenn wir die semiotische Matrix mit Hilfe von frei gewählten Symbolen schreiben:



Dabei deutet also in jeder Zeile von links nach Rechts die zunehmende Füllung der Leerzeichen die zunehmende (qualitative) Selektionsrelation an, und in jeder Reihe von oben nach unten deutet die Vervollkommnung der Formen vom Dreieck über das Quadrat zum Kreis die zunehmende (quantitative) Ordnungsrelation an. Wenn man die triadischen Hauptwerte als Themata und die trichotomischen Stellenwerte als Hintergründe auffasst, kann man diesen Sachverhalt auch wie folgt darstellen:



Obwohl man natürlich die 9 Qualitäten der semiotischen Matrix mithilfe des universalen Benseschen Schemas $Kat > Mod > Rpr$ wie folgt charakterisieren könnte:

KatKat	KatMod	KatRpr
ModKat	ModMod	ModRpr
RprKat	RprMod	RprRpr

nehmen sie aufgrund der qualitativen Übersummativität eigene Charakteristiken an, die Bense (1979, S. 61) in der folgenden universalen qualitativen Matrix wie folgt bestimmte:

Qualität	Quantität	Essenz
Abstraktion	Relation	Komprehension
Konnexion	Limitation	Komplettierung

Wie man also hier an den Triaden nochmals sieht, nimmt zwar die quantitative Ordnungsrelation jeweils von Qualität bis zu Essenz, von Abstraktion bis zu Komprehension und von Konnexion bis zu Komplettierung stufenweise zu, aber es

nimmt auch die qualitative Selektion zwischen den genannten Begriffen jeweils zu, so dass die Qualität allgemeiner ist als die Quantität, und beide allgemeiner als die Essenz, insofern die Quantität selektiv aus der Qualität gewonnen ist, und die Essenz eine spezifische Form aus beiden, die in ihr qualitativ involviert sind, darstellt. Dasselbe gilt natürlich für alle drei Triaden. In den Trichotomien steht dagegen die quantitative Ordnungsrelation im Vordergrund. Um nur ein Beispiel herauszunehmen, besteht eine Nachfolgebeziehung bzw. im Benseschen Sinne eine Relation der "Posteriorität" zwischen Quantität, Relation und Limitation, insofern die Relation einen Spezialfall der Quantität darstellt (z.B. die Relationenlogik als Spezialfall der Klassenlogik), und die Limitation einen Spezialfall der Relation darstellt (z.B. die in ihrem Vor- und/oder Nachbereich eingeschränkten Relationen).

5. Wie im folgenden erstmals gezeigt wird, stellt die Semiotik trotz ihres qualitativen Status keine vollständig polykontexturale Theorie dar, insofern ihre Qualitäten beim Wechsel vom Subjekt- zum Objektpol der Erkenntnis nicht bzw. nur teilweise erhalten bleiben. Auf der anderen Seite formulierte Bense einen quantitativen Erhaltungssatz: "Insbesondere muss in diesem Zusammenhang das duale Symmetrieverhältnis zwischen den einzelnen Zeichenklassen und ihren entsprechenden Realitätsthematiken hervorgehoben werden. Dieses Symmetrieverhältnis besagt, dass man im Prinzip nur die 'Realität' bzw. die Realitätsverhältnisse metasemiotisch präsentieren kann, die man semiotisch zu repräsentieren vermag. Daher sind die Repräsentationswerte (d.h. die Summen der fundamentalen Primzeichen-Zahlen) einer Zeichenklasse invariant gegenüber der dualen Transformation der Zeichenklasse in ihre Realitätsthematik. Dieser semiotische 'Erhaltungssatz' kann dementsprechend als eine Folge des schon in *Vermittlung der Realitäten* (1976, p. 60 u. 62) ausgesprochenen Satzes [angesehen werden], dass mit der wachsenden Semiotizität der Repräsentativität in gleichem Masse auch ihre Ontizität ansteigt" (Bense 1981, S. 259).

Das Nicht-Bestehen eines qualitativen Erhaltungssatzes kann man nun am besten dadurch aufzeigen, dass man die oben eingeführten Symbole für die Subzeichen wählt und den mit ihrer Hilfe notierten Zeichenklassen ihre Realitätsthematiken gegenüberstellt:

- (○ □ △) × (△ ▲ ■) Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich
- (○ □ ▲) × (□ ▲ ▲) Qual. Erhaltung 2/3, Position ungleich
- (○ □ ▲) × (○ ▲ ▲) Qual. Erhaltung 2/3, Position gleich
- (○ ■ ▲) × (□ ■ ▲) Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich
- (○ ■ ▲) × (○ ■ ▲) Qual. Erhaltung 3/3, Positionen gleich
- (○ ■ ▲) × (○ ● ▲) Qual. Erhaltung 2/3, Position gleich
- (● ■ ▲) × (□ ■ ■) Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich
- (● ■ ▲) × (○ ■ ■) Qual. Erhaltung 1/3, Position gleich
- (● ■ ▲) × (○ ● ■) Qual. Erhaltung 1/3, Position ungleich
- (● ■ ▲) × (○ ● ●) Qual. Erhaltung 1/3, Position ungleich

Besonders die drei Fälle mit qualitativer Erhaltung, aber Nicht-Erhaltung der Position wären auf ihre erkenntnistheoretische Relevanz zu untersuchen.

In den Realitätsthematiken finden wir also entsprechend der Dualisierung von Zeichenklassen **duale Qualitäten**:

$$\Delta(\Delta) = \Delta \quad \Delta(\Delta) = \bullet \quad \Delta(\bullet) = \bullet$$

$$\Delta(\blacktriangle) = \square \quad \Delta(\blacktriangle) = \circ \quad \Delta(\blacksquare) = \bullet$$

Vollständige qualitative Erhaltung findet sich also nur bei

$$(\circ \blacksquare \blacktriangle) \times (\circ \blacksquare \blacktriangle) \equiv (3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3),$$

d.h. bei der sowohl quantitativ als auch qualitativ eigenrealen Zeichenklasse. Nachdem Walther (1982) gezeigt hatte, dass im Rahmen des "determinansymmetrischen Dualitätssystems" die eigenreale Zeichenklasse in mindestens einem

Subzeichen mit jeder anderen Zeichenklasse und Realitätsthematik zusammenhängt, können wir schliessen, dass die partielle qualitative Erhaltung in den übrigen neun semiotischen Dualitätssystemen auf dem von Walther entdeckten Gesetz basiert. Nun hatte ich in Toth (2008) gezeigt, dass Eigenrealität nur in der monokontexturalen Semiotik existieren kann. Daraus folgt also paradoxerweise, dass vollständige semiotische Erhaltung das Weiterbestehen des logischen Identitätssatzes voraussetzt.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung der einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Toth, Alfred, New elements of theoretical semiotics (NETS), based on the work of Rudolf Kaehr. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008, 1 ff.

5. Intermediäre semiotische Qualitäten

1. "Das vollständige Zeichen ist eine triadische Relation von wiederum drei relationalen Gliedern, deren erstes, das Mittel (M), monadisch (einstellig), deren zweites, der Objektbezug (O), dyadisch (zweistellig) und deren drittes, der Interpretant (I), triadisch (dreistellig) gebaut ist. So ist also das vollständige

Zeichen als eine triadisch gestufte Relation von Relationen zu verstehen" (Bense 1979, S. 67).

Vom quantiativen Standpunkt aus gilt also für die Zeichenrelation

$$ZR = {}^1R \subset {}^2R \subset {}^3R,$$

d.h. das Zeichen folgt der Nachfolgestruktur der ersten drei Ordinalzahlen

$$ZR = (.1.) \rightarrow (.2.) \rightarrow (.3.).$$

Andererseits hatte Bense (1979, S. 60) aber darauf hingewiesen, dass zwischen den drei Fundamentalkategorien Erstheit, Zweitheit und Drittheit auch eine Selektionsbeziehung besteht, insofern die Zweitheit aus der Erstheit und die Drittheit aus der Erstheit und der Zweitheit selektiert sind:

$$\text{Kat} > \text{Mod} > \text{Rpr},$$

d.h. vom quantitativen Standpunkt aus besteht zwischen den drei Relationen die Grösser-als-Ordnung (<), aber vom qualitativen Standpunkt besteht die Kleiner-als-Ordnung (>), da die Selektion vom Allgemeinen zum Spezifischen führt. In Toth (2009) wurde daher die vollständige quantitativ-qualitative Zeichenrelation wie folgt dargestellt:

$$ZR = (.1.) \lesseqgtr (.2.) \lesseqgtr (.3.).$$

2. Nach Bense (1979, S. 67) wird die Stufung der Partialrelationen der Zeichenrelation wie folgt auf die Ebene der Subzeichen und der aus ihnen zusammengesetzten Zeichenklassen vererbt:

$$ZR (M, O, I) =$$

$$ZR (M, M \Rightarrow O, M \Rightarrow O \Rightarrow I) =$$

$$ZR (\text{mon. Rel.}, \text{dyad. Rel.}, \text{triad. Rel.}) =$$

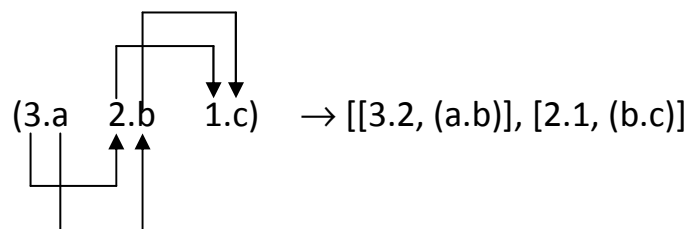
$$ZR (.1., .2., .3.) =$$

ZR (1.1 1.2 1.3) (1.1 1.2 1.3) (1.1 1.2 1.3)

(2.1 2.2 2.3) (2.1 2.2 2.3)

(3.1 3.2 3.3)

Ich hatte daher bereits in Toth (2008, S. 159 ff.) vorgeschlagen, bei der Notation von Zeichenklassen und Realitätsthematiken mittels semiotischer Morphismen nicht die Subzeichen durch Morphismen zu ersetzen, sondern der Verschachteltheit der Partialrelationen wie folgt Rechnung zu tragen:



Genauso wie bei ZR, so sind natürlich auch bei den semiotischen Kategorien sowohl Quantitäten wie Qualitäten involviert. Um dies zu zeigen, ordnen wir zuerst den 10 Peirceschen Zeichenklassen ihre durch Verschachtelung gewonnenen natürlichen Transformationen zu:

(3.1 2.1 1.1) → [[3.2, 1.1], [2.1, 1.1]]
(3.1 2.1 1.2) → [[3.2, 1.1], [2.1, 1.2]]
(3.1 2.1 1.3) → [[3.2, 1.1], [2.1, 1.3]]
(3.1 2.2 1.2) → [[3.2, 1.2], [2.1, 2.2]]
(3.1 2.2 1.3) → [[3.2, 1.2], [2.1, 2.3]]
(3.1 2.3 1.3) → [[3.2, 1.3], [2.1, 3.3]]
(3.2 2.2 1.2) → [[3.2, 2.2], [2.1, 2.2]]
(3.2 2.2 1.3) → [[3.2, 2.2], [2.1, 2.3]]

$$(3.2 \ 2.3 \ 1.3) \rightarrow [[\boxed{3.2}, \boxed{2.3}], [\boxed{2.1}, \boxed{3.3}]]$$

$$(3.3 \ 2.3 \ 1.3) \rightarrow [[\boxed{3.2}, \boxed{3.3}], [\boxed{2.1}, \boxed{3.3}]]$$

Wie man erkennt, entsteht damit also folgende Struktur der verschachtelten natürlichen Transformationen:

$$\text{Zkl}(\text{kat}) = [[3.2, a.b], [2.1, c.d]],$$

wobei also (a.b) und (c.d) von (3.2) und (2.1) unabhängig sind. Da jedoch jede Zeichenklasse auf der trichotomischen Ordnung

$$(3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ mit } a \leq b \leq c$$

basiert, können (a.b) und (c.d) nur begrenzte Werte annehmen. Dies gilt nun natürlich nicht nur für die quantitativen, sondern auch für die qualitativen Subzeichen:

$$(\circ \ \square \ \triangle) \rightarrow [[\bullet, \triangle], [\square, \triangle]]$$

$$(\circ \ \square \ \blacktriangle) \rightarrow [[\bullet, \triangle], [\square, \blacktriangle]]$$

$$(\circ \ \square \ \blacktriangle) \rightarrow [[\bullet, \triangle], [\square, \blacktriangle]]$$

$$(\circ \ \blacksquare \ \triangle) \rightarrow [[\bullet, \triangle], [\square, \blacksquare]]$$

$$(\circ \ \blacksquare \ \blacktriangle) \rightarrow [[\bullet, \triangle], [\square, \blacksquare]]$$

$$(\circ \ \blacksquare \ \blacktriangle) \rightarrow [[\bullet, \blacktriangle], [\square, \bullet]]$$

$$(\bullet \ \blacksquare \ \triangle) \rightarrow [[\bullet, \blacksquare], [\square, \blacksquare]]$$

$$(\bullet \ \blacksquare \ \blacktriangle) \rightarrow [[\bullet, \blacksquare], [\square, \blacksquare]]$$

$$(\bullet \ \blacksquare \ \blacktriangle) \rightarrow [[\bullet, \blacksquare], [\square, \bullet]]$$

$$(\bullet \quad \blacksquare \quad \blacktriangle) \rightarrow [[\circ, \bullet], [\square, \bullet]]$$

Wenn wir also die Konstanten weglassen, bekommen wir folgende kategorial-qualitativen Korrespondenzen:

$$[\text{id1}, \text{id1}] \rightarrow [\triangle, \triangle]$$

$$[\text{id1}, \alpha] \rightarrow [\triangle, \blacktriangle]$$

$$[\text{id}], \beta\alpha] \rightarrow [\triangle, \blacktriangle]$$

$$[\alpha, \text{id2}] \rightarrow [\blacktriangle, \blacksquare]$$

$$[\alpha, \beta\alpha] \rightarrow [\blacktriangle, \blacksquare]$$

$$[\beta\alpha, \text{id3}] \rightarrow [\blacktriangle, \bullet]$$

$$[\text{id2}, \text{id2}] \rightarrow [\blacksquare, \blacksquare]$$

$$[\text{id2}, \beta\alpha] \rightarrow [\blacksquare, \blacksquare]$$

$$[\beta\alpha, \text{id3}] \rightarrow [\blacksquare, \bullet]$$

$$[\text{id3}, \text{id3}] \rightarrow [\bullet, \bullet]$$

Da diese also aus den verschachtelten quantitativ-qualitativen Zeichenrelationen gewonnen sind, wollen wir sie "intermediäre Qualitäten" nennen. Intermediäre Qualitäten folgen den Regeln für quantitative "dynamische" Morphismen, wie sie in Toth (2008, S. 151 ff., 155 ff., 295 ff.) dargelegt wurden.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Das Zeichen als qualitative Zahlenrelation. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

6. Zur semiotischen quantitativ-qualitativen Arithmetik

1. Nach Toth (2008, S. 155 ff.) gelten für Subzeichen folgende quantitative arithmetische Gesetze:

$$(a.b) + 1 = \begin{cases} (a+1.b), & \text{falls } a < 3 \\ (a.b+1), & \text{falls } b < 3 \end{cases}$$

$$(a.b) + 2 = \begin{cases} (a+2.b), & \text{falls } a = 1 \\ (a.b+2), & \text{falls } b = 1 \end{cases}$$

$$(a.b) + 3 = \begin{cases} (a+1.b+2), & \text{falls } a < 3 \text{ und } b = 1 \\ (a+2.b+1), & \text{falls } a = 1 \text{ und } b < 3 \end{cases}$$

$$(a.b) + 4 = (a+2.b+2), \text{ falls } a = 1 \text{ und } b = 1$$

2. Wenn wir nun statt von der quantitativen von der qualitativen Matrix ausgehen:

$$\begin{pmatrix} \triangle & \blacktriangle & \blacktriangle \\ \square & \blacksquare & \blacksquare \\ \circ & \bullet & \bullet \end{pmatrix}$$

dann bekommen wir die folgenden qualitativen arithmetischen Gesetze:

$$(a.b) \in \{\triangle, \blacktriangle, \square, \blacksquare\} \rightarrow (a.b) + 1 \in \{\blacktriangle, \blacksquare, \circ, \bullet, \bullet\}$$

$$(a.b) \in \{\triangle\} \rightarrow (a.b) + 2 \in \{\blacktriangle, \circ\}$$

$$(a.b) \in \{\triangle, \blacktriangle, \square\} \rightarrow (a.b) + 3 \in \{\blacksquare, \bullet\}$$

$$(a.b) \in \{\triangle\} \rightarrow (a.b) + 4 = \bullet$$

Für die Konkatenation zweier Dyaden zu Triaden (vgl. Walther 1979, S. 79) gilt wegen

(3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$

$a \in \{\circ, \bullet, \bullet\}$

$a = \circ \rightarrow b \in \{\square, \blacksquare, \blacksquare\}$

$a = \bullet \rightarrow b \in \{\blacksquare, \blacksquare\}$

$a = \bullet \rightarrow b \in \{\blacksquare\}$

$b = \square \rightarrow b \in \{\triangle, \blacktriangle, \blacktriangle\}$

$b = \blacksquare \rightarrow b \in \{\blacktriangle, \blacktriangle\}$

$b = \blacksquare \rightarrow b \in \{\blacktriangle\}$

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

7. Primzeichen und Primobjekte

1. Bekanntlich können die Primzeichen der triadischen Peirceschen Zeichenrelation als Ordnungsrelation aufgefasst und in der Form von Ordnungszahlen geschrieben werden (vgl. Bense 1980):

$ZR = (M, O, I) \rightarrow (1., 2., 3.)$

Dadurch wird also ZR zu einer geordneten Menge, und wir können sie nach Toth (2007, S. 18 f.) mit der Wienerschen Paarmengenkonvention wie folgt als ungeordnete Menge schreiben

$$ZR = \{\emptyset, \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, 1\}\}, \{\emptyset, \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, 1\}\}\}$$

2. Nach Bense ist das Mittel \mathcal{M} als Zeichenträger ein triadisches Objekt (Bense/Walther 1973, S. 71). Entsprechend wurden in Toth (2009) auch die beiden übrigen ontologischen Korrelate der triadischen Peirceschen Zeichenrelation als triadische Objekte eingeführt, nämlich das Objekt Ω und der Interpret \mathfrak{I} . Da bei relationalen Objekten keine Verschachtelungen existieren, können wir die Objektsrelation in der Form von Kardinalzahlen darstellen und sie analog zu Primzeichen „Primobjekte“ nennen:

$$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathfrak{I}) \rightarrow (1, 2, 3)$$

3. Nun hatten wir in Toth (2009) sogenannte Hybridklassen eingeführt, d.h. relationale Klassen, bei denen Elementen (monadischen, dyadischen oder triadischen Relationen) entweder die triadischen Haupt- oder die trichotomischen Stellenwerte ontologisch sind, d.h. aus OR stammen, während die jeweils anderen aus ZR stammen, d.h. semiotisch sind. Ferner kann man in gemesichten Zeichen-/Objekt-Klassen auch die einzelnen Bezüge als verschiedene Hybriden einführen.

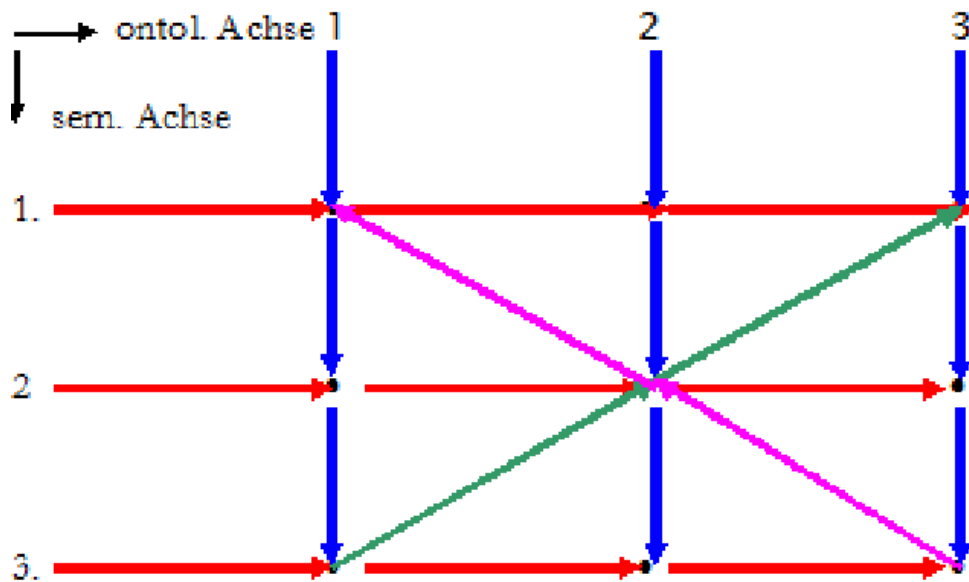
Wir können also die folgenden beiden Mengen hybrider Partialrelationen bilden:

$$1. OR \times ZR = \{(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)\}$$

$$2. ZR \times OR = \{(1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)\}$$

Somit sind also die Elemente der Menge aus dem kartesischen Produkt $OR \times ZR$ kardi-ordinale Relationszahlen und die Elemente der Menge aus dem kartesischen Produkt $ZR \times OR$ ordi-kardinalen Relationszahlen. Man vergleiche damit die entsprechenden Verhältnisse in der qualitativen Mathematik (Kronthaler 1986, S. 93).

Man kann die Bildung dieser ordi-kardinalen und kardi-ordinalen Dyaden in zwei Dimensionen wie folgt darstellen:



Die grüne Nebendiagonale und die violette Hauptdiagonale sind daher die Orte jener Mengen von Dyaden, deren ontologische und semiotische Kategorien gleichverteilt sind.

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: *Ars semeiotica* 3, 1980, S. 287-294

Kronthaler, Engelbert, *Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten*. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, *Grundlegung einer mathematischen Semiotik*. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Toth, Alfred, Das Zeichen als Fragment. In: *Electronic Journal of Mathematical Semiotics*, 2009

8. Ordinale und kardinale Semiotik

1. Zwischen den Bezügen der semiotischen Ordnungsrelation

$$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$$

und den Bezügen der semiotischen Zeichenrelation

$$ZR = (M, O, I)$$

bestehen tiefgreifende Unterscheide, obwohl die ontologischen und die semiotischen Kategorien korrelativ sind. Denn nach Bense (1979, S. 53, 67) stellt ZR eine verschachtelte „Relation von Relationen“ dar, was man wie folgt ausdrücken kann

$$ZR = (M, ((M, M \rightarrow O), (M, (M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))),$$

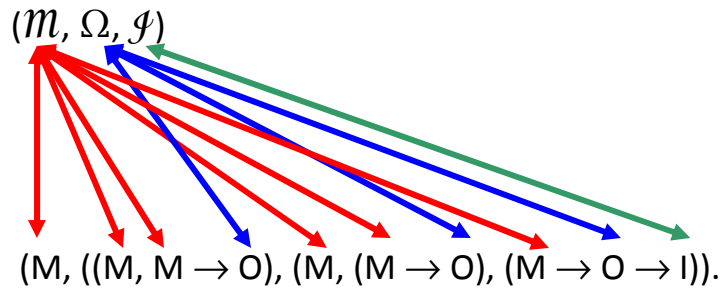
kurz auch

$$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (O \rightarrow I)))$$

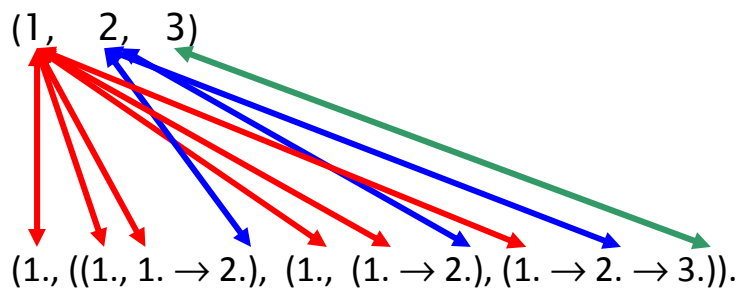
geschrieben. Das bedeutet also, dass M eine monadische Relation, $(M \rightarrow O)$ eine dyadische und $(M \rightarrow O \rightarrow I)$ eine triadische Relation ist. Der erstere der obigen beiden Ausdrücke entsteht aus dem zweiten leicht durch Substitution.

Wenn man nun aber $OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$ anschaut, so gibt es hier keine vorgegebene Inklusion von Partialrelationen: Es handelt sich bei \mathcal{M} , Ω und \mathcal{J} um drei „triadische Objekte“ (Bense 1973, S. 71), die allerdings nicht ineinander verschachtelt sind. Nachdem Bense wiederholt (z.B. 1975, S. 167 ff.; 1983, S. 192 ff.) darauf hingewiesen hatte, dass ZR der mathematischen Struktur der Ordnungszahlen folgt, nämlich dem arithmetischen Nachfolgeprinzip, kann man nun festhalten, dass OR der mathematischen Struktur der Kardinalzahlen folgt, nämlich der Reihung oder dem „Gänsemarsch“ der Peano-Zahlen.

Als Korrelationsschema zwischen OR (bzw. semiotischer Kardinalität) und ZR (bzw. semiotischer Ordinalität) erhalten wir somit



Man erkennt also, dass semiotische Kardinalität multi-repräsentiert ist in semiotischer Ordinalität, und zwar gilt, dass $\text{Card}(\mathcal{M})$ 6mal, $\text{Card}(\Omega)$ 3mal und $\text{Card}(\mathcal{F})$ 1mal in ZR repräsentiert ist. Man kann damit das obige Schema auch numerisch darstellen:



Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

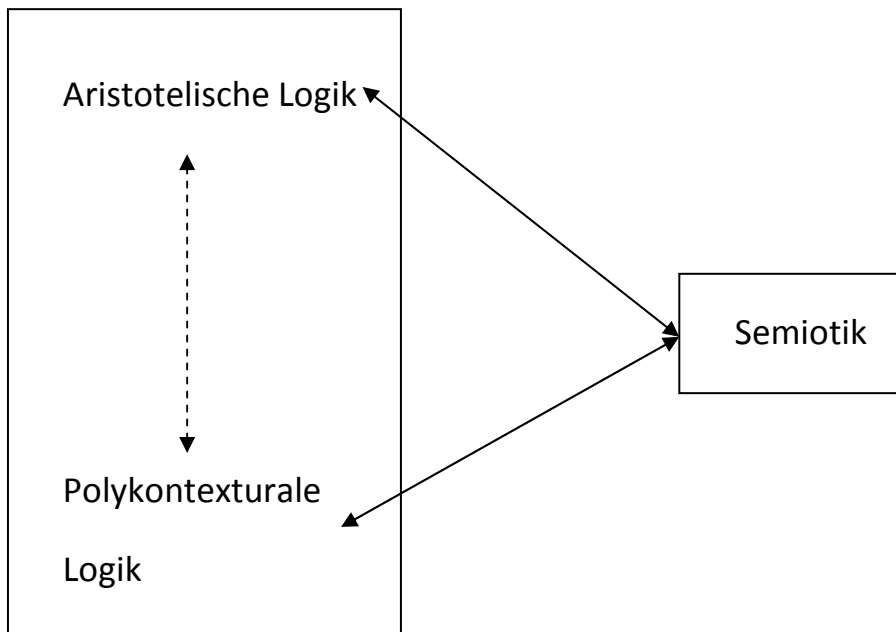
9. 3 Arten von semiotischen Zahlen

1. Eines der grossen, bisher ungelösten Probleme nicht nur der Semiotik, sondern logischerweise auch der Wissenschaftstheorie, ist die genaue Position der Semiotik im Haus der Wissenschaften. Während neueste wissenschaftstheoretische Versuche aus dem Blickwinkel der Theoretischen Physik die Semiotik ganz einfach weglassen (z.B. Tegmark 2003, S. 12), wird spätestens seit den 60er Jahren behauptet, sie sei die tiefste, fundamentale Repräsentation, die in der Wissenschaft überhaupt möglich sei (vgl. z.B. Bense 1986). Denselben Anspruch hatte aber jahrhundertlang die Logik für sich beansprucht (vgl. z.B. Menne 1991). Für Peirce stellte sich spezifisch die Frage, ob die Logik die Semiotik oder die Semiotik die Logik begründe (vgl. Walther 1979).

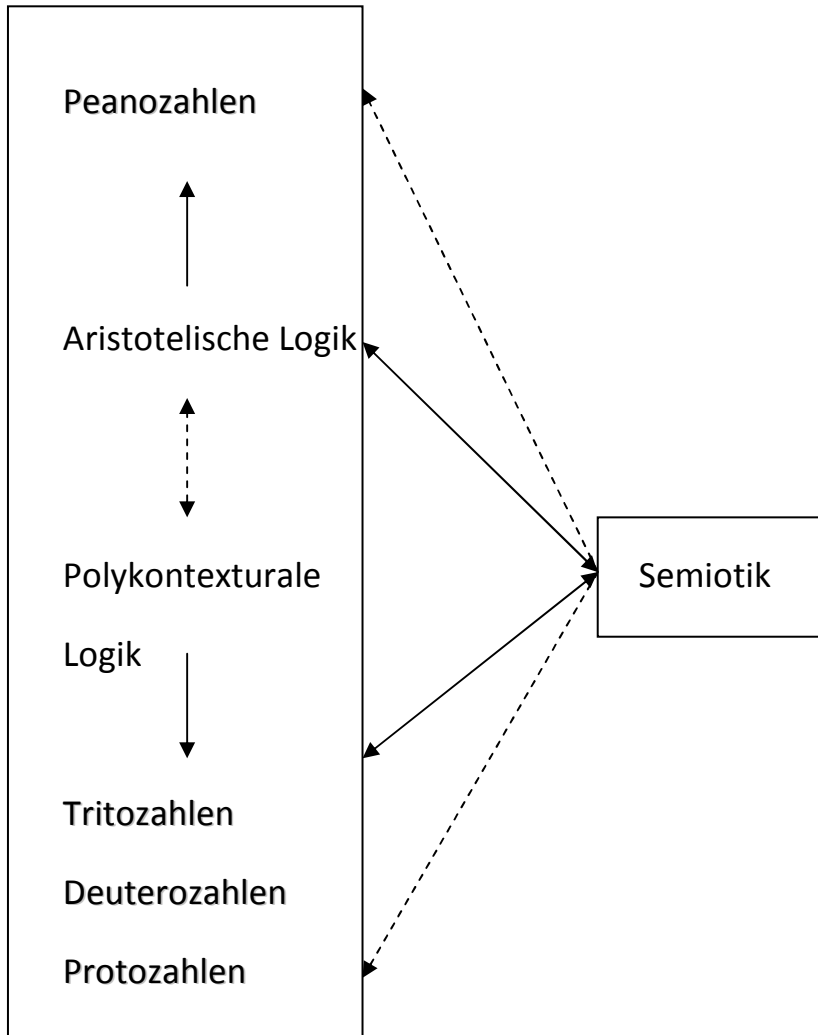
2. Seitdem die von Gotthard Günther entwickelte polykontexturale Logik und Ontologie auch auf die Semiotik wirkt – und das tat sie schon sehr früh, wie eine Anmerkung in Bense (1952, S. 115 [Anm. 72]) beweist, stellt sich die erweiterte Frage nach der Position und „Tiefe“ von Logik, Semiotik und Polykontexturalitätstheorie. Da es der Hauptzweck der Polykontexturalitätstheorie ist, die Logik durch Einführung der Proemialrelation zu untergehen, d.h. auf ein noch abstrakteres Fundament zurückzuführen, und da die Proemialrelation die Dichotomie von Zeichen und Objekt aufhebt, weil es diese auf der kenogrammatischen und morphogrammatischen Ebene noch gar nicht geben kann, muss zweierlei gefolgert werden:

1. Die Polykontexturalitätstheorie ist ein tieferes Repräsentationssystem als die Theoretische Semiotik.
2. Allerdings wird dieses tiefere Repräsentationssystem durch Aufgabe der Dichotomie von Zeichen und Objekt erkauft, woraus natürlich die Elimination des Zeichenbegriffs folgt.
3. Damit ist zwar immer noch nichts darüber gesagt, ob die Logik der Semiotik primordial sei oder umgekehrt, aber es scheint sich eine Alternative zu diesem Hierarchiedenken abzuzeichnen: Während es ohne Zweifel richtig ist, dass die polykontexturale Logik „unter“ der aristotelischen Logik anzusiedeln ist, nimmt

die Semiotik, ebenfalls „unten“, eine eher neutrale Position ein. Vielleicht könnte man diese Verhältnisse etwa folgendermassen skizzieren:



Nun bildet aber die aristotelische Logik die Grundlage der quantitativen Mathematik und der Peano-Zahlen, ebenso wie die polykontexturale Logik die Grundlage der qualitativen Mathematik und der Trito-, Deutero- und Proto-Zahlen bildet (vgl. Kronthaler 1986):



4. Hier stellt sich nun aber ein Problem von Seiten der Semiotik ein: Nach Toth (2009) ist eine Semiotik jede Struktur, welche das Tupel

$$\Sigma = \langle \text{OR}, \text{DR}, \text{ZR} \rangle$$

erfüllt. Der Weg von OR über DR zu ZR ist damit eine vollständige Semiose, denn diese beginnt mit der Wahl eines vorgegebenen Objektes im ontologischen Raum, d.h. in {OR}, und endet mit der Klassifikation des zum Zeichen erklärten, d.h. nach Bense metaobjektivierten Objektes in der Form einer Zeichenklasse (Bense 1967, S. 9).

Somit scheint es also kein Problem zu sein, im ontologischen Bereich die polykontexturale Logik und Ontologie sowie deren drei Zahlensysteme der Proto-,

Deutero- und Tritozahlen anzusiedeln. Im Bereiche von ZR haben wir die von Bense so genannten „Primzeichen“ (Bense 1980), welche die Peano-Axiome erfüllen (Bense 1975, S. 170 ff., Bense 1983, S. 192 ff.). Damit aber stellt sich nun die Frage: So, wie der präsemiotische Raum der „disponiblen Kategorien“ (Bense 1975, S. 45 f., 65 f.), d.h. {DR}, zwischen {OR} einerseits und {ZR} andererseits vermittelt, müssen irgendwelche semiotischen Zahlen zwischen den Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen einerseits und den Peanozahlen bzw. den Primzeichen andererseits vermitteln. Die zahlentheoretischen Verhältnisse der Semiotik sehen also wie folgt aus:

Ebene von Σ	Semiotische Zahlen
OR = (\mathcal{M} , Ω , \mathcal{F})	Proto-, Deutero-, Tritozahlen
DR = (M° , O° , I°)	?
ZR = (M, O, I)	Peano-Zahlen, Primzeichen

D.h. wir haben

Ebene von Σ	Semiotische Zahlen
OR = (\mathcal{M} , Ω , \mathcal{F})	1 → 2 → 3
DR = (M° , O° , I°)	(Vermittlungsebene) (2 → 3)
ZR = (M, O, I)	(1 → 2)
	↑
	1

Die Treppenstruktur der Primzeichen verdankt sich der Tatsache, dass das Zeichen nach Bense (1979, S. 53, 67) eine „Relation über Relationen“ ist, so zwar, dass die monadische Relation in der dyadischen, und beide zusammen in der triadischen Relation inkludiert sind. Wir kommen nun zu einem bedeutenden semiotischen Theorem, das wir jedoch noch nicht beweisen können:

Theorem: Der präsemiotische Raum der disponiblen Kategorien ist ein semiotisch-mathematisches Vermittlungssystem zwischen Ordinalität und Kardinalität bzw. umgekehrt.

In weiteren Arbeiten werden wir uns bemühen, Licht in diese mysteriösen Vermittlungszahlen zu bringen. Geht es wie bei Günther (1991, S. 419 ff.) um die Vermittlung von Zahl und Begriff?

Bibliographie

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Günther, Gotthard, Das Phänomen der Orthogonalität. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 419-430

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Menne, Albert, Einführung in die Formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Tegmark, Max, Parallel Universes. In: Barrow, J.D et al., Science and Ultimate Reality. Cambridge, U.K. 2003, S. 1-18 (zit. nach Preprint)

Toth, Alfred, Semiotische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

10. Semiotische Vermittlungszahlen zwischen Kardinalität und Ordinalität

1. Bense nannte das Auffinden numerischer Gesetze im Zusammenhang mit den von ihm so genannten „Primzeichen“ (Bense 1980) „semiotische Zahlentheorie“ (vgl. Bense 1977), wohl deshalb, weil man in der Semiotik nicht weiter zählt als bis 3 und von den ersten drei natürlichen Zahlen zufällig zwei Primzahlen sind. Aus Gründen, auf die ich in meinem Werk oft hingewiesen hatte, sollte man vielleicht den Ausdruck Zahlentheorie, übrigens auch in der Mathematik selbst, von der Vorstellung von Primzahlen befreien und einfach die Theorie numerischer Sätze darunter verstehen.

2. Wie wir zuletzt in Toth (2009) zeigten, handelt es sich bei der triadischen Relation über drei „triadischen Objekten“ (Bense/Walther 1973, S. 71)

$$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$$

um eine einfache dreistellige Relation über drei 3-stelligen Relata, d.h.

$$OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{I}),$$

während es sich bei der triadischen Zeichenrelation um eine „dreifach gestufte Relation über Relationen“ handelt, so zwar, dass die monadische Relation in der dyadischen und beide in der triadischen Relation enthalten sind (Bense 1979, S. 53, 67):

$$ZR = {}^3R({}^1\mathcal{M}, {}^2\mathcal{O}, {}^3\mathcal{I}).$$

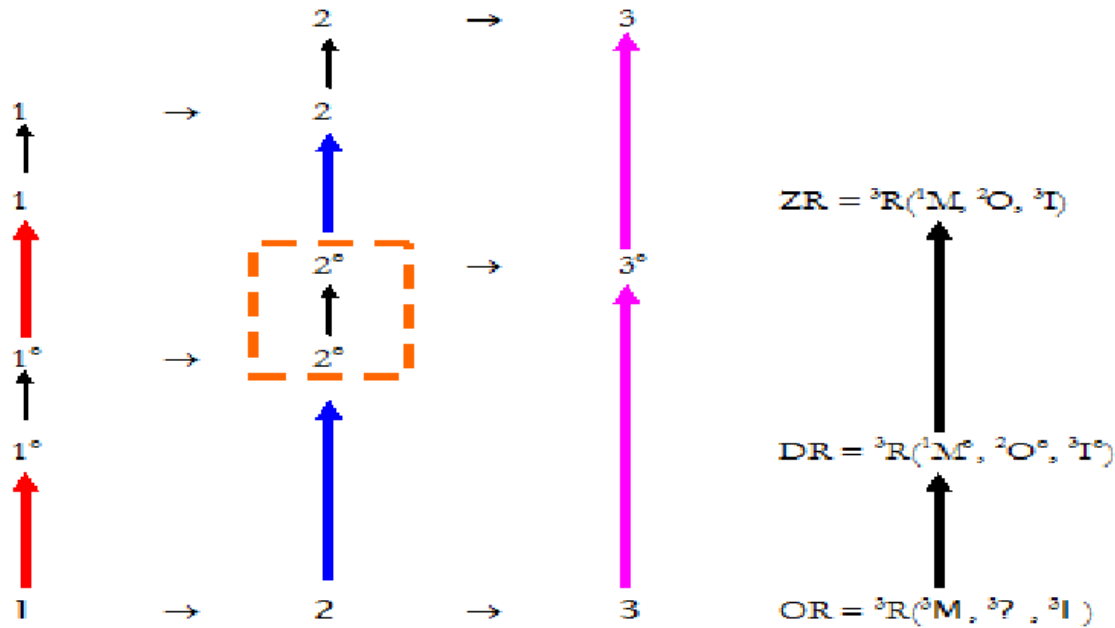
Während Bense (1975, S. 167 ff.; 1983, S. 192 ff.) bereits ausführlich begründet hatte, dass die Primzeichen Ordinalzahlen sind, hatte ich in Toth (2009) darzu-

stellen versucht, dass die Relationalzahlen (Bense 1975, S. 65), d.h. die Elemente von OR, Kardinalzahlen sind. Da eine Semiotik im einfachsten Fall als

$$\Sigma = \langle \text{OR}, \text{DR}, \text{ZR} \rangle$$

definiert ist, fängt also jede Semiose im Objektbereich der Kardinalität an und endet im Zeichenbereich der Ordinalität, vermittelt durch einen bisher nie beschriebenen Zahlenbereich im präsemiotischen Raum der „Disponibilität“ (Bense 1975, S. 65 f.).

Wir können die relationalen Verhältnisse der drei Ebenen, bzw. des ontologischen, des präsemiotischen und des semiotischen Raumes, wie folgt darstellen:



Bereits in Toth (2009) war argumentiert worden, dass die Disponibilitätsrelation mit der qualitativ-numerischen Ebene der Tritozahlen korrespondiert.. Man vergleiche allerdings die Trito-Zahlen der Kontextur T3 mit ihren Dezimaläquivalenten (aus Toth 2003, S. 18):

Kenogramme Trito-Zahlen Binär-Äquivalente Dezimal-Äquivalente

○	0 Ø 0 Ø 0
○ ○	0 0 Ø 0 Ø 0
○ Δ	0 1 Ø 1 Ø 1

○ ○ ○	0 0 0 Ø 0 Ø 0
○ ○ Δ	0 0 1 Ø 1 Ø 1
○ Δ ○	0 1 0 Ø 11 Ø 3
○ Δ Δ	0 1 1 Ø 100 Ø 4
○ Δ ■	0 1 2 Ø 101 Ø 5

Man erkennt also leicht, dass auf der Trito-Ebene von den Primzeichen resp. ihren disponiblen Äquivalenten (1.°, 2.°, 3.°) die Zweitheit nicht repräsentiert ist. Geht man in höhere Kontexturen hinauf, werden zwar jeweils weitere, in den niedrigeren Kontexturen fehlenden Dezimaläquivalente repräsentiert:

T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₁₀
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
–	–	–	–	–	–
3	–	–	–	–	–
4	4	–	–	–	–
5	5	5	–	–	–
	6	6	6	–	–
	–	7	7	7	–
	–	–	8	8	–
	–	–	–	9	–
	–	–	–	–	10 (Toth 2003, S. 52),

allein, die Dezimalzahl 2 ist in keiner Kontextur darstellbar. Auf der semiotischen Vermittlungsebene der disponiblen Kategorien gilt daher:

$$1^\circ \equiv 001$$

$$2^\circ \equiv \emptyset$$

$$3^\circ \equiv 010$$

Ein weiterer Hinweis zusätzlich zu den Angaben in Toth (2009) dafür, dass DR dem Trito-System entspricht, ist das ganz dem Peirceschen Stufenbau von ZR entsprechende „Verhaktsein“ der Repräsentation der Dezimaläquivalente, vgl.

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
–	–	–	–	–
3	–	–	–	–
4	4	–	–	–
5	5	5	–	–
	6	6	6	–
	–	7	7	7
	–	–	8	8
	–	–	–	9
	–	–	–	–

Die fehlende Repräsentation der Zweitheit bedeutet jedoch, dass zwischen 001 und 010 **noch ein Zahlenschritt vorhanden sein muss, der auch nicht durch das bisher tiefste und abstrakteste Zahlensystem, dasjenige der Trito-Zahlen,**

erfassbar ist. Es geht also darum, Ordi-Kardinalität bzw. Kardi-Ordinalität aus ihrer Ambiguität zu befreien.

Topologischer Raum	Relationalität	Numerische Charakteristik
Ontologischer Raum	$OR = {}^3R({}^3M, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{J})$	Kardinalität
Präsemiotischer Raum	$DR = (M^\circ, O^\circ, I^\circ)$	Ordi-Kardin./Kardi-Ordin.
Semiotischer Raum	$ZR = (M, O, I)$	Ordinalität

Der Weg hinauf und hinunter ist nicht derselbe: In semiosischer Richtung haben wir Ordi-Kardi, in retrosemiosischer Richtung Kardi-Ordi. Der Weg von ZR \rightarrow DR entspricht dem Aufbrechen der Zeichenrelation für Ambivalenzen der Disponibilität. Umgekehrt bedeutet der Weg von DR \rightarrow ZR das Ausselektieren der Disponibilitäten zur Einordnung in eine Zeichenrelation. Wir haben damit

1. $001 \rightarrow *011 \rightarrow 010$

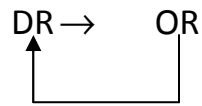
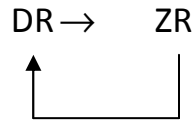
2. $001 \rightarrow *000 \rightarrow 010.$

Der erste Weg führt über den Umweg durch die ZR zur DR, der zweite über den Umgehung der OR zur DR:

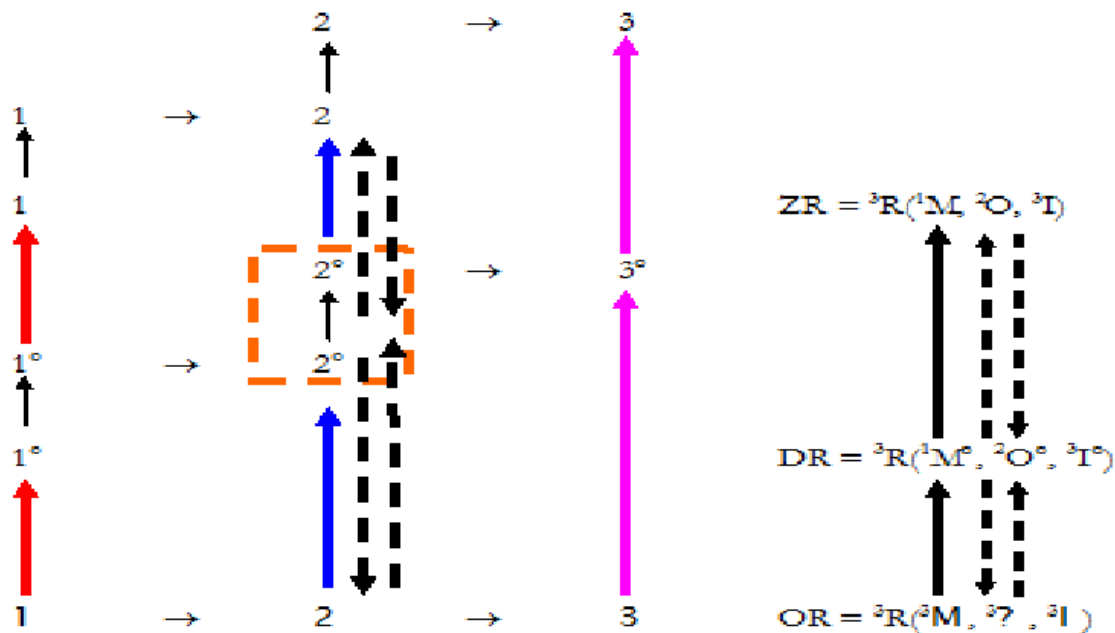
1. $DR \rightarrow ZR \rightarrow DR$

2. $DR \rightarrow OR \rightarrow DR$

bzw.



bzw. vollständig



Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Zeichenzahlen und Zahlensemiotik. In: Semiosis 6, 1977, S. 22-28

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, 3 Arten von semiotischen Zahlen In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

11. Typen der Kardi-Ordinalität und der Ordi-Kardinalität

1. Wie bekannt (vgl. z.B. Toth 2009a, b), korrespondiert die Folge der ontologischen Kategorien der semiotischen Objektrelation

$$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$$

mit der linearen Folge der Kardinalzahlen

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3,$$

während die Folge der semiotischen Kategorien der Zeichenrelation

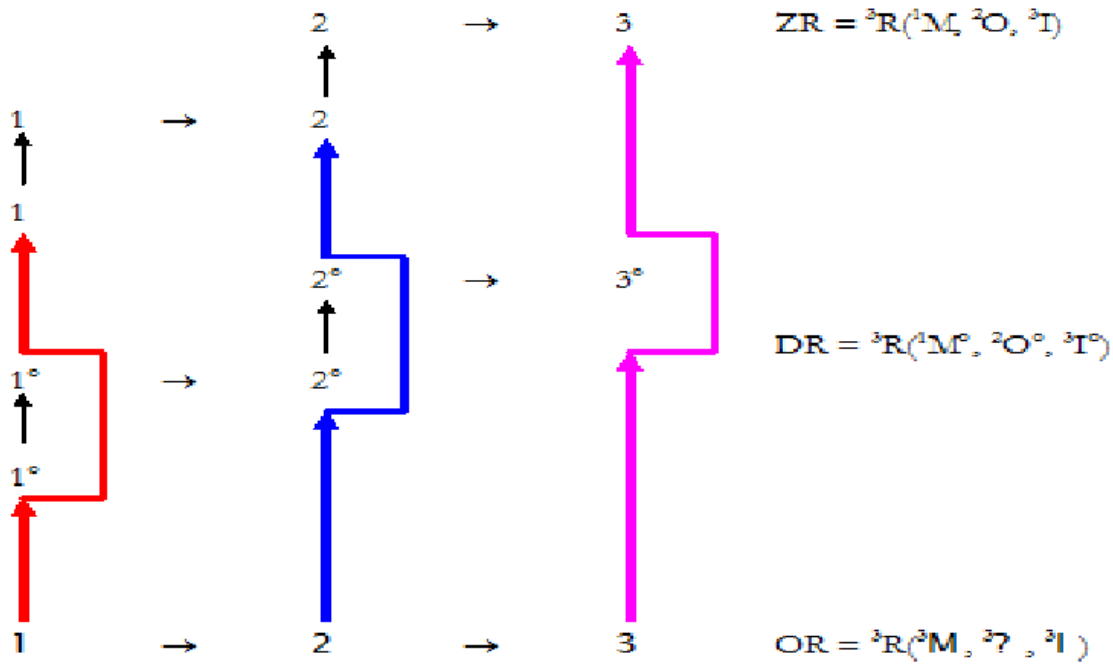
$$ZR = (M, O, I)$$

mit der „verschachtelten“ Folge der Ordinalzahlen (Bense 1979, S. 63, 67) korrespondiert:

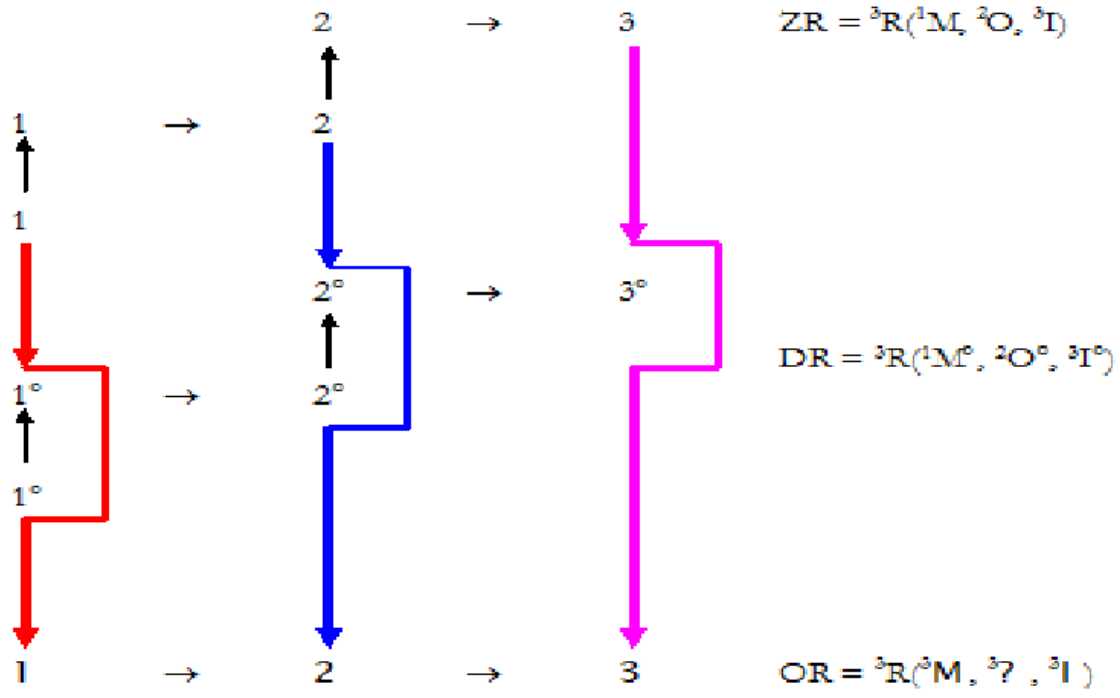
$$\begin{array}{c} (2 \rightarrow 3) \\ \uparrow \\ (1 \rightarrow 2) \\ \uparrow \\ 1 \end{array}$$

2. Zusätzlich zu den bekanntesten Kombinationen von semiotischen Objekten – den Zeichenobjekten sowie Objektzeichen – kann man 5 weitere Typen von ordi-kardinaler sowie kardi-ordinaler Charakteristik bilden, deren Ordnungsschemata hier aufgezeigt werden:

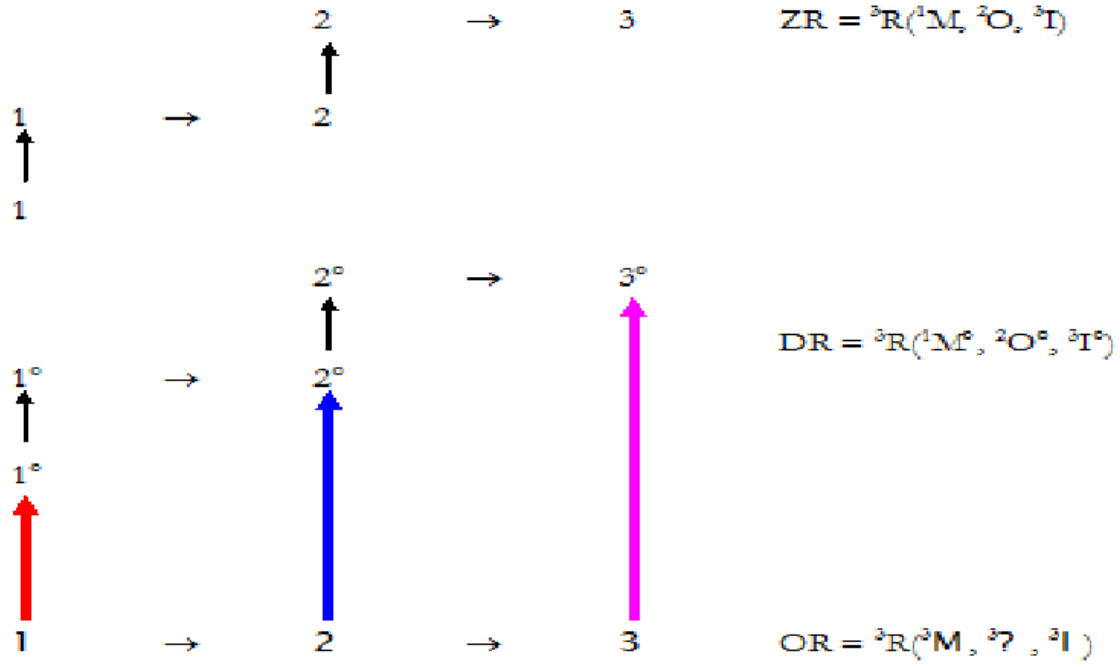
$$2.1. ZO = \{ \{ \{ \langle \{ m_{(\cdot)\alpha(\cdot)} \}, \{ \Omega_{(\cdot)\beta(\cdot)} \rangle \} \}, \{ \{ \langle \{ \Omega_{(\cdot)\gamma(\cdot)} \}, \{ \Omega_{(\cdot)\delta(\cdot)} \rangle \} \}, \{ \{ \langle \{ \mathcal{I}_{(\cdot)\epsilon(\cdot)} \}, \{ \mathcal{I}_{(\cdot)\zeta(\cdot)} \rangle \} \} \}, \langle \{ M_1, \dots, M_n \}, \{ m_1, \dots, m_n \} \rangle, \langle \{ O_1, \dots, O_n \}, \{ \Omega_1, \dots, \Omega_n \} \rangle, \langle \{ l_1, \dots, l_n \} \rangle, \{ \mathcal{I}_1, \dots, \mathcal{I}_n \} \rangle \}$$



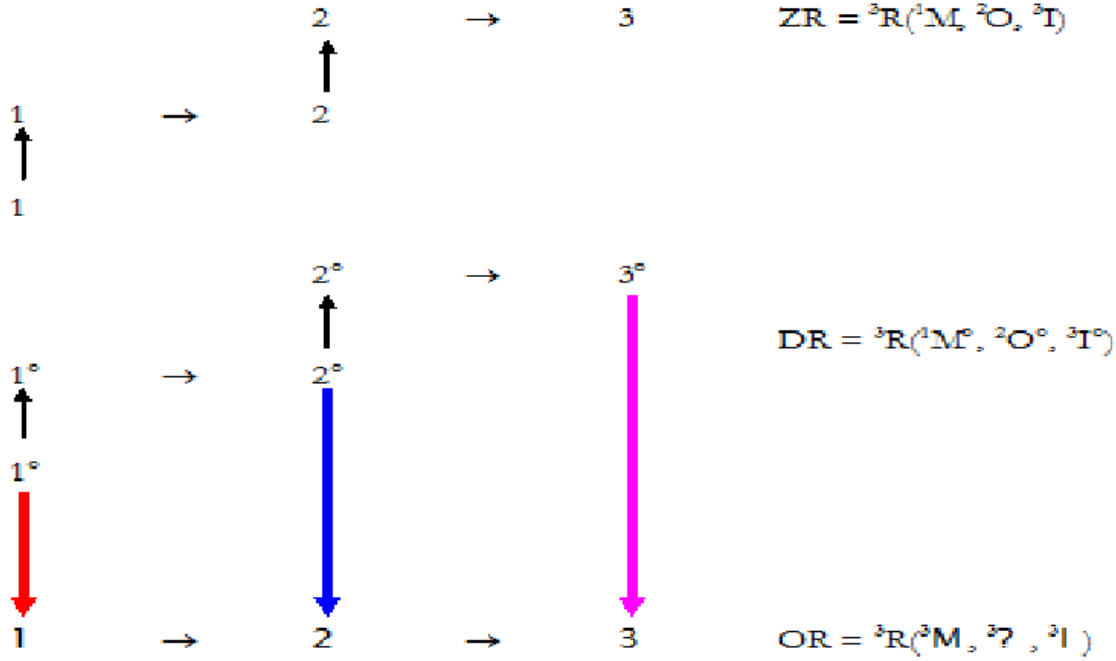
$$2.2. OZ = \{ \{ \{ \langle \{ m_{(\cdot)\alpha(\cdot)} \}, \{ \Omega_{(\cdot)\beta(\cdot)} \rangle \} \}, \{ \{ \langle \{ \Omega_{(\cdot)\gamma(\cdot)} \}, \{ \Omega_{(\cdot)\delta(\cdot)} \rangle \} \}, \{ \{ \langle \{ \mathcal{I}_{(\cdot)\epsilon(\cdot)} \}, \{ \mathcal{I}_{(\cdot)\zeta(\cdot)} \rangle \} \} \}, \langle \{ m_1, \dots, m_n \}, \{ M_1, \dots, M_n \} \rangle, \langle \{ \Omega_1, \dots, \Omega_n \}, \{ O_1, \dots, O_n \} \rangle, \langle \{ \mathcal{I}_1, \dots, \mathcal{I}_n \}, \{ l_1, \dots, l_n \} \rangle \}$$



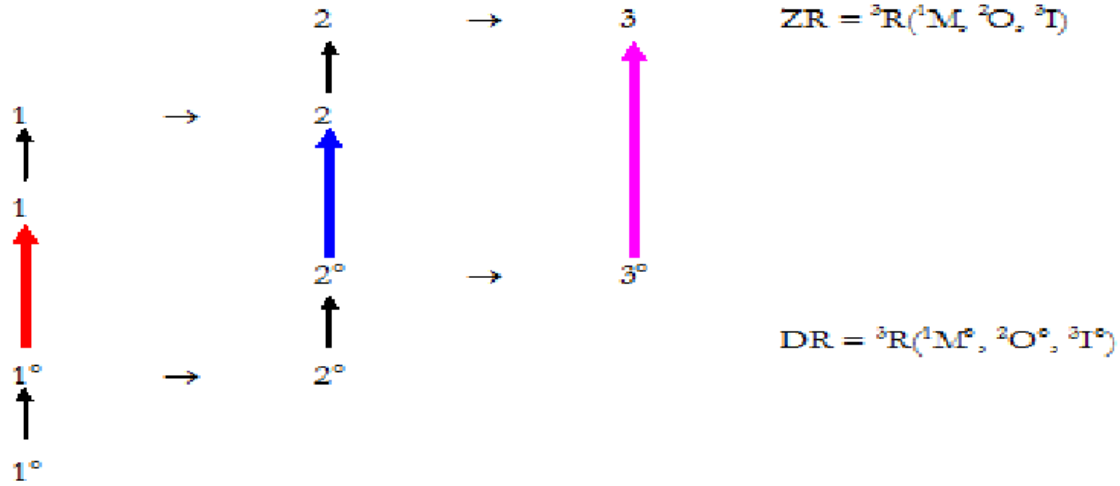
2.3. OK = { { { { { { $\{m_{(\cdot)\alpha(\cdot)}\}, \{\Omega_{(\cdot)\beta(\cdot)^{\circ}\}$ } } } } } , { { { { { { $\{\Omega_{(\cdot)\gamma(\cdot)}\}, \{\Omega_{(\cdot)\delta(\cdot)^{\circ}\}$ } } } } } } , { { { { { { $\{\mathcal{I}_{(\cdot)\epsilon(\cdot)}\}, \{\mathcal{I}_{(\cdot)\zeta(\cdot)^{\circ}\}$ } } } } } } } , $\{m_1, \dots, m_n\}, \{M^{\circ}_1, \dots, M^{\circ}_n\}, \{\Omega_1, \dots, \Omega_n\}, \{O^{\circ}_1, \dots, O^{\circ}_n\}, \{\mathcal{I}_1, \dots, \mathcal{I}_n\}, \{I^{\circ}_1, \dots, I^{\circ}_n\}$ }



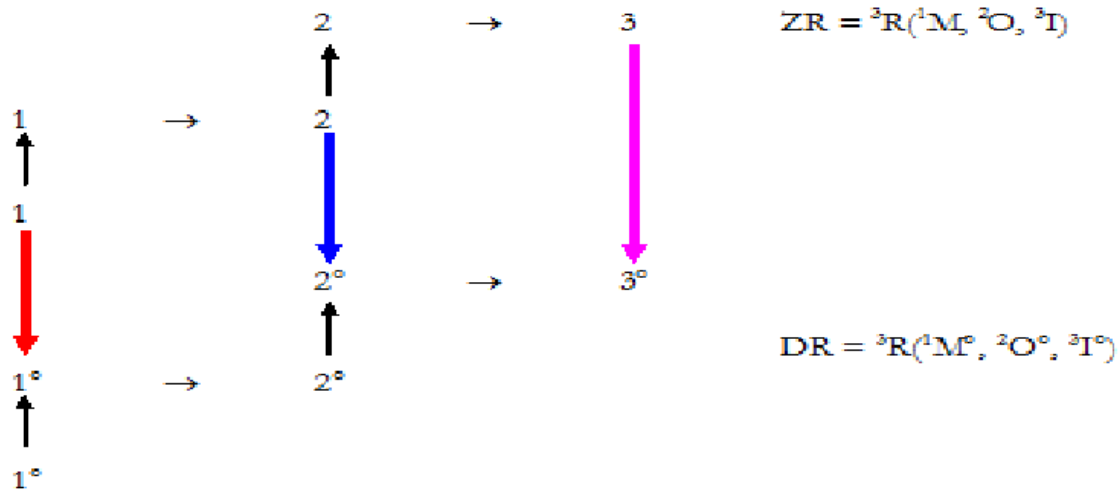
$$2.4. \text{ KO} = \{ \{ \{ \langle \{ m_{(\cdot)\alpha(\cdot)} \}, \{ \Omega_{(\cdot)\beta(\cdot)}^\circ \rangle \} \}, \{ \langle \{ \Omega_{(\cdot)\gamma(\cdot)} \}, \{ \Omega_{(\cdot)\delta(\cdot)}^\circ \rangle \} \}, \{ \langle \{ \mathcal{J}_{(\cdot)\epsilon(\cdot)} \}, \{ \mathcal{J}_{(\cdot)\zeta(\cdot)}^\circ \rangle \} \} \}, \langle \{ M^{\circ 1}, \dots, M^{\circ n} \}, \{ m_1, \dots, m_n \} \rangle, \langle \{ O^{\circ 1}, \dots, O^{\circ n} \}, \{ \Omega_1, \dots, \Omega_n \} \rangle, \langle \{ I^{\circ 1}, \dots, I^{\circ n} \}, \{ \mathcal{J}_1, \dots, \mathcal{J}_n \} \rangle$$



$$2.5. \text{ KZ} = \{ \{ \{ \langle \{ m_{(\cdot)\alpha(\cdot)} \}, \{ \Omega_{(\cdot)\beta(\cdot)}^\circ \rangle \} \}, \{ \langle \{ \Omega_{(\cdot)\gamma(\cdot)} \}, \{ \Omega_{(\cdot)\delta(\cdot)}^\circ \rangle \} \}, \{ \langle \{ \mathcal{J}_{(\cdot)\epsilon(\cdot)} \}, \{ \mathcal{J}_{(\cdot)\zeta(\cdot)}^\circ \rangle \} \} \}, \langle \{ M^{\circ 1}, \dots, M^{\circ n} \}, \{ M_1, \dots, M_n \} \rangle, \langle \{ O^{\circ 1}, \dots, O^{\circ n} \}, \{ O_1, \dots, O_n \} \rangle, \langle \{ I^{\circ 1}, \dots, I^{\circ n} \}, \{ I_1, \dots, I_n \} \rangle$$



2.6. $ZK = \{ \{ \{ \langle \{ m_{(\cdot)\alpha(\cdot)} \}, \{ \Omega_{(\cdot)\beta(\cdot)^{\circ}} \} \rangle \}, \{ \langle \{ \Omega_{(\cdot)\gamma(\cdot)} \}, \{ \Omega_{(\cdot)\delta(\cdot)^{\circ}} \} \rangle \}, \{ \langle \{ \mathcal{J}_{(\cdot)\epsilon(\cdot)} \}, \{ \mathcal{J}_{(\cdot)\zeta(\cdot)^{\circ}} \} \rangle \} \}, \langle \{ M_1, \dots, M_n \}, \{ M^{\circ}_1, \dots, M^{\circ}_n \} \rangle, \langle \{ O_1, \dots, O_n \}, \{ O^{\circ}_1, \dots, O^{\circ}_n \} \rangle, \langle \{ l_1, \dots, l_n \}, \{ l^{\circ}_1, \dots, l^{\circ}_n \} \rangle$



Geht man statt von OR und ZR von weiteren Zeichenrelationen aus (vgl. Toth 2009c), ergeben sich natürlich modifizierte oder ganz neue Resultate.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, 2. Versuch durch den Spiegel. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Vermittlungszahlen zwischen Kardinalität und Ordinalität. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Zeichenrelationen mit fehlenden Relata In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

12. Paare als Einheiten

1. Im Deutschen sagen wir: 2 Ohren, 2 Arme; 1 Paar Wienerwürstchen, 1 Paar Socken, im Englischen 2 ears, 2 arms; 1 pair of Wieners, 1 pair of socks. Vgl. aber

1.1. Du hättest Deine Ohren spitzen sollen!

1.2. *Du hättest Dein/ein Paar Ohren spitzen sollen!

13. Ich habe ein Paar Würstchen gegessen.

1.4. ?Ich habe meine Würstchen gegessen.

Die Ersetzung von Possessiv + Nomen durch (Poss. +) Paar + Nomen funktioniert offenbar nur bei Inalienabilia (vgl. Toth 2009). Satz 1.4. ist fragwürdig, und zwar genau deshalb, weil er zu suggerieren scheint, dass jemand seine eigenen Würstchen (was immer damit gemeint ist) gegessen hat.

2. Im Ungarischen gibt es für inalienable Paare, d.h. für paarweise auftretende Körperteile, eine ganz andere Konstruktion:

kéz (Sg.) = Hand, Hände

fél kézzel = mit einer Hand, wörtl.: „mit einer halben Hand“

szem = Auge, Augen

fél szemére vak = auf einem Auge blind, wörtl.: „auf einem halben Auge blind“

In mindestens einem Beispiel kann man diese archaische Zahlvorstellung (vgl. Szbaó T. 1979)

½ Paar = 1

im Deutschen vorfinden: ung. félfüllel = „mit halbem Ohr“, womit ja ebenfalls „mit éinem Ohr“ gemeint ist. Obwohl nun ein Zusammenhang mit der ung. Vorstellung des Paares (von Inalienabilia) als Einheit und dem folgenden Phänomen noch nicht aufgewiesen ist, scheint mir zwischen beiden ein tiefer Zusammenhang zu bestehen:

Ung. két alma (Sg.) = zwei Äpfel (Pl.)

Ung. két almák (Pl.) = zwei (verschiedene Äpfel)

Das Ung. unterscheidet also morphologisch, und zwar mit dem Numerus-Kennzeichen, zwischen qualitativer und quantitativer Mehrheit, so zwar, dass die Pluralendung nur dann an ein Nomen gesetzt wird, wenn diese eine qualitative Mehrheit bezeichnet. Vgl. ausserdem:

Három cigarettát (Akk. Sg.) dohányztom. = Ich habe drei Zigaretten geraucht. D.h. drei Marlboro oder drei Camel oder drei Rothändle, usw.

Három cigarettákat (Akk. Pl.) dohányztom. = Ich habe drei Zigaretten geraucht. D.h. z.B. 1 Marlboro und 1 Camel und 1 Rothändle.

3. Im Gegensatz zu einem Zeichen

ZR = (M, O, I),

das 1 oder 15'987 Objekte in der gleichen Relation repräsentieren kann (sowohl ein Einhorn wie die Klasse aller Pinguine) spielt es also keine Rolle, wie viele Objekte durch das Zeichen repräsentiert sind. Nehmen wir an, das Objekt \bar{O}_1 werde durch ein Zeichen ZR repräsentiert, d.h.

$$\bar{O}_1 \rightarrow ZR,$$

\bar{O}_1 ist also z.B. der bestimmte, singuläre Ball, der vor mir liegt. Nun werde ich aber bald sehen, dass es eine ungeheuer grosse Anzahl von Bällen gibt. Deshalb gilt automatisch

$$\{\bar{O}_1, \bar{O}_2, \bar{O}_3, \dots, \bar{O}_n\} \rightarrow ZR,$$

wobei die Grösse von n absolut keinen Einfluss auf ZR hat. Diese Trivialität, die dennoch noch nie in der Semiotik vermerkt wurde, ist es nun, durch welche sich eine Zeichenrelation markant von einer Objektrelation

$$OR = (M, \Omega, \mathcal{J})$$

unterscheidet, **denn OR enthält das bestimmte, singuläre Objekt, das zum Zeichen erklärt werden soll und nicht eine Klasse solcher Objekte, welche eine Abstraktion darstellt, die den Zeichenbegriff voraussetzt.** Es wäre also ein hysteron-proteron, würde man durch OR mehr als ein Objekt bestimmen lassen. Hier gilt also im Gegensatz zu ZR:

$$\bar{O}_1 \rightarrow \Omega_1$$

$$\{\bar{O}_1, \bar{O}_2, \bar{O}_3, \dots, \bar{O}_n\} \rightarrow \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \dots, \Omega_n\} \rightarrow$$

$$\{(M_1, \Omega_1, \mathcal{J}_1), (M_2, \Omega_2, \mathcal{J}_2), (M_3, \Omega_3, \mathcal{J}_3), \dots, (M_n, \Omega_n, \mathcal{J}_n)\}$$

Wenn wir nun von der „ungarischen Gleichung“

$$\frac{1}{2} \text{ Paar} = 1$$

ausgehen, dann setzt dies offenbar die folgende OR voraus:

$$OR = (\langle m_{01}m_{10} \rangle, \langle \Omega_{01}\Omega_{10} \rangle, \langle \mathcal{J}_{01}\mathcal{J}_{10} \rangle),$$

wobei die Indizes nach den Gesetzen der Körpermultiplikation (vgl. Toth 2008, S. 50) ausmultipliziert werden:

$$OR = (\langle m_1m_1 \rangle, \langle \Omega_1\Omega_1 \rangle, \langle \mathcal{J}_1\mathcal{J}_1 \rangle) = (\langle m_1 \rangle, \langle \Omega_1 \rangle, \langle \mathcal{J}_1 \rangle)$$

So ist also aus der Relation für Paar-Objekte eine Relation einfacher Objekte geworden, bei der die Indizes weggelassen werden können:

$$OR = (\langle m_{01}m_{10} \rangle, \langle \Omega_{01}\Omega_{10} \rangle, \langle \mathcal{J}_{01}\mathcal{J}_{10} \rangle) \rightarrow OR = (\langle m \rangle, \langle \Omega \rangle, \langle \mathcal{J} \rangle).$$

Bibliographie

Szabó T., Attila, Die sprachlichen Reste einer primitiven Zählart und die ungarischen halbierenden Zahlen. In: Gläser, Christoph/Pusztay, János, Festschrift für Wolfgang Schlachter zum 70. Geburtstag. Wiesbaden 1979, S. 281-286

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Alienabilität und Inalienabilität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

13. Die zirkuläre Einführung der Zeichenkategorien bei Peirce

1. Bei Walther lesen wir: "Erstheit ist der Seinsmodus dessen, das so ist, wie es ist, positiv und ohne Beziehung zu irgend etwas anderem (einstelliges Sein). Zweitheit ist der Seinsmodus dessen, das so ist, wie es ist, in Beziehung zu einem Zweiten, aber ohne Berücksichtigung eines Dritten (zweistelliges Sein). Drittheit ist der Seinsmodus dessen, das so ist, wie es ist, indem es ein Zweites und ein Drittes zueinander in Beziehung setzt (dreistelliges Sein)" (Walther 1979, S. 47).

Setzen wir "das Etwas, das so ist, wie es ist" = x, dann können wir Peirces Definitionen der Zeichenkategorien wie folgt formalisieren:

Erstheit := (x)

Zweitheit := (x → y)

Drittheit := (x → y → z)

Wenn wir nun weiter setzen

x := M

y := O

z := I,

dann haben wir also

Erstheit := (M)

Zweitheit := (M → O)

Drittheit := (M → O → I).

So einfach alles klingt, so gibt es doch zwei gravierende Probleme:

2.1. Die obige Definition von Erstheit besagt, dass sich M nur auf sich selbst, O nur auf sich selbst und M, und I nur sich selbst, auf O und M bezieht. Wie lässt dann aber eine semiotische Matrix aus kartesischen Produkten dieser Kategorien rechtfertigen? "Subzeichen", wie Bense sie genannt hat, z.B. (MO) = (1.2), (MI) = (1.3), (OM) = (2.1), (IM) = (3.1) usw. sind dann formal Dyaden, denn sie bestehen aus zwei kartesisch multiplizierten Relata, aber sie sind dyadisch (1.1), triadisch (1.2) und tetradisch (1.3), usw. Ferner stehen z.B. Subzeichen wie (1.2) und (1.3) in klarem Widerspruch mit Peirces Definition der Erstheit, was ja ein Etwas ist, das sich nur auf sich selbst bezieht; in (1.2) bezieht sich aber eine Erstheit auf eine Zweitheit, und in (1.3) auf eine Drittheit. Wie kann überhaupt eine Erstheit, d.h. ein 1R , eine Zweitheit (2R) oder eine Drittheit (3R) relational bilden? Es hat ja gar keine Valenzstellen dazu. Das ist genauso unmöglich wie es etwa unmöglich ist, aus dem 2-stelligen Prädikat "hassen" eine triadische Relation zu bilden, da

kommt nur Unsinn heraus wie z.B. "Ich hasse Dir das Buch", "A hasst zwischen B und C", usw.

2.2. Doch nicht genug damit. Kommen wir nochmals auf die definitorischen Schemata der Kategorien zurück:

Erstheit := (M)

Zweitheit := (M → O)

Drittheit := (M → O → I).

Was hindert mich eigentlich daran, nachdem $\text{Erstheit} \subset \text{Zweitheit}$ und $(\text{Erstheit} \subset \text{Zweitheit}) \subset \text{Drittheit}$ gilt, die folgenden Einsetzungsprozesse vorzunehmen:

Erstheit := (M)

Zweitheit := (M → O)

Drittheit := (M → O → I) → (M → (M → (M → (M → (M → (M → (M → (M → (M → (M → (M → O)))))))))) → I)

Hier kommen wir also automatisch zu einem unendlichen Regress.

Bibliographie

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

14. Zu einer semiotischen Zahlentheorie I

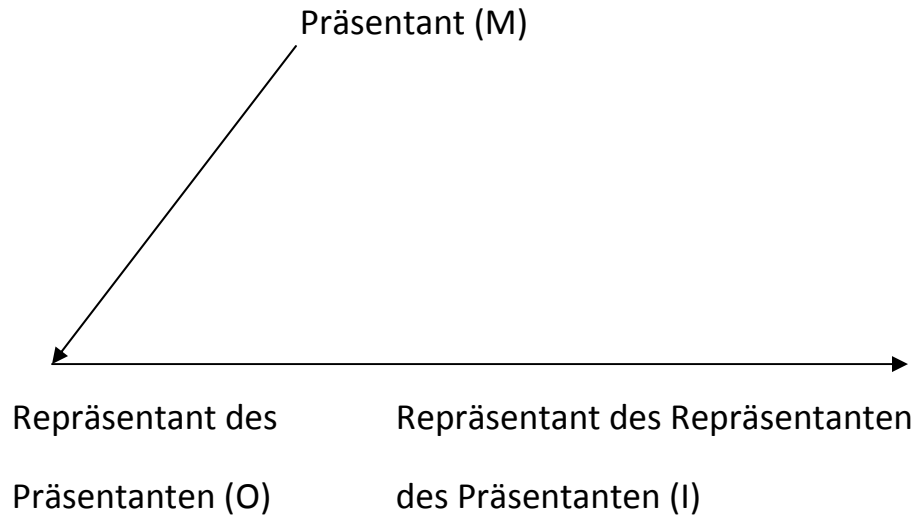
1. Wie die Mathematik, so kann auch die Semiotik auf der Basis von Zahlen, Mengen oder Kategorien eingeführt werden. Wir geben im folgenden die Peano-Axiome, wobei \mathbf{N} für die Menge der natürlichen Zahlen, N für die Nachfolgefunktion stehe und 0 ein Element (die Null) ist (Oberschelp 1976, S. 14):

- P1: $0 \in \mathbf{N}$.
- P2: $x \in \mathbf{N} \Rightarrow N(x) \in \mathbf{N}$.
- P3: $x \in \mathbf{N} \Rightarrow N(x) \neq 0$.
- P4: $x, y \in \mathbf{N} \wedge x \neq y \Rightarrow N(x) \neq N(y)$.
- P5: $0 \in A \wedge \forall x (x \in \mathbf{N} \wedge x \in A \Rightarrow N(x) \in A) \Rightarrow \forall x (x \in \mathbf{N} \Rightarrow x \in A)$.

In umgangssprachlicher Formulierung:

- P1: Null ist eine natürliche Zahl.
- P2: Der Nachfolger jeder natürlichen Zahl ist eine natürliche Zahl.
- P3: Null ist kein Nachfolger einer natürlichen Zahl.
- P4: Zwei voneinander verschiedene natürliche Zahlen haben verschiedene Nachfolger.
- P5: Wenn eine Menge die Zahl Null enthält und mit jeder natürlichen Zahl auch deren Nachfolger, so enthält sie jede natürliche Zahl.

Bense hatte nun festgestellt, dass mit der Nachfolgefunktion N die semiotische Generierung korrespondiert: "Wir gehen dabei davon aus, dass die triadische Zeichenrelation $Z = R (M, O, I)$, wie wir entwickelten, als generatives Repräsentationsschema steigender Semiotizität betrachtet werden kann. In der universalkategorischen Konzeption stellt es sich mit Peirce bekanntlich als generierende Relation des Überganges von der 'Erstheit' zur 'Zweitheit' zur 'Drittheit' dar und damit im Sinne eines durch drei Ordinalzahlen festgelegten Repräsentationschemas als eine generalisierte Nachfolgerrelation (bzw. Nachfolgefunktion) [...]. Als Graphenschema kann man für diesen Zeichenprozess folgendes angeben" (Bense 1975, S. 170 f.):



Damit formuliert Bense 4 semiotische Peano-Axiome (SP) unter Auslassung von P5 (denn die Peircesche Zeichenrelation hat ja nur drei Glieder) wie folgt (1975, S. 171):

SP1: Der Präsentant ist ein Repräsentant.

SP2: Der Repräsentant eines Repräsentanten ist ein Repräsentant.

SP3: Der Präsentant ist nicht Repräsentant eines Repräsentanten.

SP4: Es gibt keine zwei [Re-]Präsentanten mit dem gleichen Repräsentanten.

In seinem Kapitel “Über die Axioms of Number von Ch. S. Peirce” ist Bense später (1983, S. 192 ff.) noch einmal auf die Peano-Axiome zurückgekommen, welche Peirce bereits 1881, also fast zwanzig Jahre vor Peano, formuliert hatte, und zwar in der folgenden umgangssprachlichen Gestalt:

AN1: 1 ist eine natürliche Zahl.

AN2: Jede natürliche Zahl besitzt eine eindeutig bestimmte natürliche Zahl als “Nachfolger”.

AN3: 1 ist nicht der Nachfolger einer natürlichen Zahl.

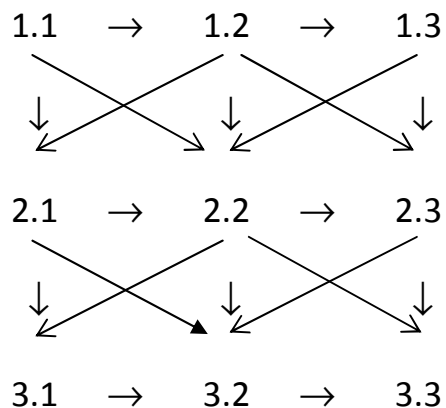
AN4: Verschiedene natürliche Zahlen haben verschiedene Nachfolger.

AN5: Eine Eigenschaft, die der 1 zukommt und mit jeder natürlichen Zahl auch ihrem Nachfolger, kommt allen natürlichen Zahlen zu.

Bense vermutet, dass "es Peirce in seinem System der 'Axioms of Number' um den indirekten (d.h. im System nicht zugestandenen) Versuch einer Anwendung der triadischen Zeichenkonzeption" ging, d.h. also, dass bereits Peirce die Einführung der natürlichen Zahlen und das Prinzip der vollständigen Induktion mit der erst später von Bense explizit eingeführten Operation der Generierung (" \Rightarrow ") von Zeichen parallelisierte und daher selbst schon die Grundlagen für eine zahlen-theoretische Semiotik gelegt hatte.

2. Die Verhältnisse zwischen Zahl und Zeichen sind jedoch viel verwickelter, denn die Primzeichen der Erstheit, Zweitheit und Drittheit (.1., .2., .3.) müssen ja kartesisch zu Subzeichen (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3) multipliziert werden, damit Zeichenklassen und Realitätsthematiken gebildet werden können, die erst semiotische Analoga zu Zahlen darstellen: Bense selbst hatte zur semiotischen Repräsentation der "Zahl an sich" die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) bestimmt (Bense 1992, S. 16).

Damit erhalten wir folgende nicht-lineare Zeichen-Zahlen-Folge:

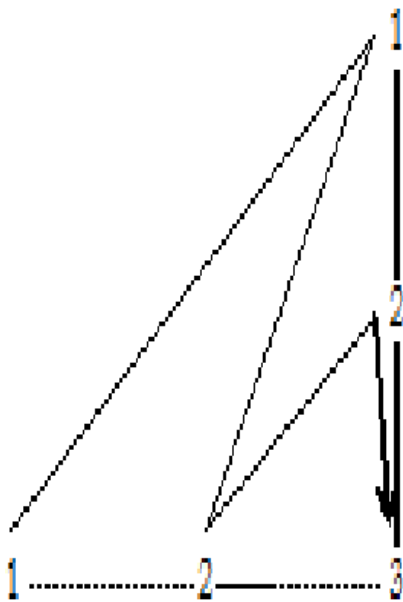


In den Spalten, welche den triadischen Semiosen entsprechen, stehen also die rein iterativen und in den Zeilen, welche den trichotomischen Semiosen entsprechen, die rein akkretiven Zeichen-Zahlen.

Jeder rein iterativen Zeichen-Zahl entsprechen also 3 iterativ-akkretive Zeichen-Zahlen, wobei die Hauptdiagonale, d.h. die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1), solche Zeichen-Zahlen enthält, deren akkretive und iterative Werte identisch sind, und die Nebendiagonale, d.h. die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3),

solche Zeichen-Zahlen, deren Glieder zueinander gruppentheoretisch invers sind, wobei als semiotisches Einselement die Zweitheit (.2.) fungiert (vgl. Toth 2007, S. 36 ff.).

Nun stellt die Semiotik ein "Tripel-Universum" dar, bestehend aus den drei Universen der Erstheit, Zweitheit und Drittheit (Bense 1986, S. 17 ff.), weshalb man die drei Universen auch als semiotische Kontexturen einführen und im obigen Diagramm die horizontalen Pfeile als Repräsentanten der intra-kontexturalen und die vertikalen sowie diagonalen Pfeile als Repräsentanten der inter-kontexturalen semiotischen Übergänge (Transitionen und Transgressionen) auffassen kann. Die 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix lassen sich demnach als Ausschnitt der von Günther stammenden und von Kronthaler (1986, S. 31) reproduzierten zweidimensionalen Darstellung polykontexturaler Zahlen darstellen:

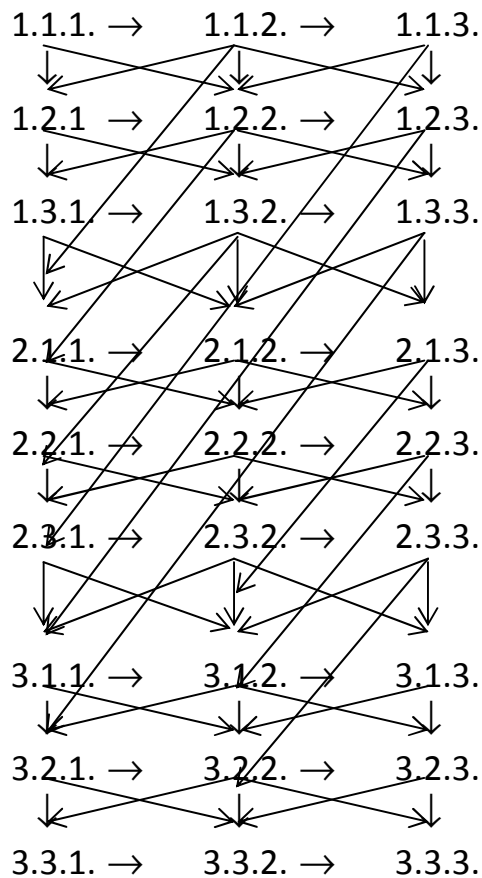


Die Zeichen-Zahlen sind demnach wie die polykontexturalen Zahlen zweidimensionale (flächige) Zahlen und erlauben wie jene Rossers "sideward move", durch welchen den den Peano-Zahlen entsprechenden Primzahlen eine Feinstruktur verliehen wird, die mit Hilfe topologischer Faserung entsprechend den polykontexturalen Zahlen beschrieben werden kann (vgl. Kronthaler 1986, S. 77 ff.).

3. Geht man statt von der kleinen von der grossen semiotischen Matrix aus und setzt man Zeichenklassen durch jeweils 3 Subzeichen pro triadischen Bezug zusammen (vgl. Steffen 1982), so erhält man dreidimensionale (räumliche) Zeichen-Zahlen wie etwa in dem folgenden Beispiel, in dem die triadisch-trichotomischen Hauptwerte unterstrichen sind:

$$((\underline{3.2} \ 3.3 \ 3.1) (\underline{2.2} \ 2.3 \ 2.1) (\underline{1.2} \ 1.3 \ 1.1)) \times ((\underline{2.1} \ 3.1 \ 1.1) (\underline{2.2} \ 3.2 \ 1.2) (\underline{2.3} \ 3.3 \ 1.3))$$

Eine weitere interessante und weiter zu verfolgende Möglichkeit, statt mit Kombinationen von dyadischen Subzeichen mit Kombinationen von monadischen Primzeichen dreidimensionale Zeichenzahlen zu konstruieren, findet man in Stiebing (1978, S. 77). Notiert man Stiebings System gemäss den Prinzipien unseres obigen Diagramms, erhält man:



Damit stellt sich weiter auch das Problem des Verhältnisses von Zeichen-Zahlen zu Peano-Zahlen einerseits und zu Proto-, Deutero- und Trio-Zahlen andererseits sowie die daraus hervorgehende Frage, in welchem Verhältnis die Subzeichen als

akkretiv-iterative Zahlen, die ja nicht ohne qualitativen Verlust auf die Peano-Folge abbildbar sind, zu den Proto-, Deutero- und Trio-Zahlen stehen (vgl. Toth 2003, S. 54 ff.).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Oberschelp, Arnold, Aufbau des Zahlensystems. 3. Aufl. Göttingen 1976

Steffen, Werner, Der Iterationsraum der Grossen Matrix. In: Semiosis 25/26, 1982, S. 55-70

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorie auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

15. Zu einer semiotischen Zahlentheorie II

Nach Bense (1975, S. 170 f.) entspricht die semiotische Operation der Generation der mathematischen Nachfolgeroperation, und die Einführung des Zeichens als triadischer Relation über Erstheit (.1.), Zweitheit (.2.) und Drittheit (.3.) entspricht der Einführung der Peano-Zahl mittels vollständiger Induktion (vgl. Toth 2007, S. 12 f., Toth 2008).

Da eine triadische Zeichenrelation aus den 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix zusammengesetzt ist, die durch kartesische Multiplikation der drei Primzeichen gewonnen werden (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3), kann, ausgehend von der iterierten Erstheit der Autosemiose (1.1), jedes andere Subzeichen durch Addition des Repräsentationswertes 1 in maximal 4 Schritten erreicht werden, wobei die Addition entweder im triadischen Haupt- oder im trichotomischen Stellenwert erfolgen kann. Erfolgt die Addition im triadischen Hauptwert, bekommen wir einen Zuwachs am Iterationsgrad des Zeichens, d.h. es handelt sich um interkontextuelle Übergänge (im folgenden durch den "Slash"

markiert). Erfolgt die Addition im trichotomischen Stellenwert, erhalten wir einen Zuwachs am Akkretionsgrad des Zeichens, d.h. es handelt sich um einen intrakontextuelle Übergänge:

$$\begin{array}{ll}
 (1.1) + 1 = (1.2) / (2.1) & (2.1) + 1 = (2.2) / (3.1) \\
 + 2 = (1.3) / (3.1) / (2.2) & + 2 = (2.3) / (3.2) \\
 + 3 = (2.3) / (3.2) & + 3 = (3.3) / - \\
 + 4 = (3.3) / - &
 \end{array}$$

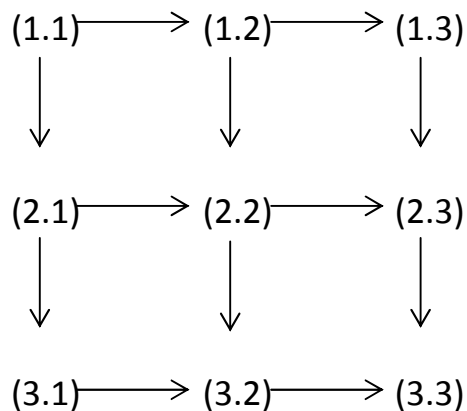
$$\begin{array}{ll}
 (1.2) + 1 = (1.3) / (2.2) & (2.2) + 1 = (2.3) / (3.2) \\
 + 2 = (2.3) / - & + 2 = (3.3) / - \\
 + 3 = (3.3) / - &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 (1.3) + 1 = (2.3) / (3.3) & (2.3) + 1 = (3.3) / -
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 (3.1) + 1 = (3.2) / - & (3.3) \text{ keine Addition möglich} \\
 + 2 = (3.3) / - &
 \end{array}$$

$$(3.2) + 1 = (3.3) / -$$

Im folgenden Diagramm bezeichnet jeder Pfeil die Addition +1, d.h. semiotisch innerhalb der Trichotomien (von links nach rechts) die semiotische Generation und innerhalb der Triaden (von oben nach unten) die analoge Zuordnung (vgl. Toth 1993, S. 135 ff.):



Weiters werden die Subzeichen nach den 4 möglichen Additionen geordnet, wobei in jedem Subzeichenpaar das zweite Subzeichen das Resultat der Addition darstellt. Semiotische Kontextur-Überschreitung wird fett markiert:

+1 (1.1, 1.2), (**1.1, 2.1**), (1.2, 1.3), (**1.2, 2.2**), (**1.3, 2.3**), (2.1, 2.2), (**2.1, 3.1**), (2.2, 2.3), (**2.2, 3.2**), (**2.3, 3.3**), (3.1, 3.2), (3.2, 3.3)

+2 (1.1, 1.3), (**1.1, 3.1**), (**1.1, 2.2**), (**1.2, 2.3**), (**1.2, 3.2**), (**1.3, 3.3**), (2.1, 2.3), (**2.1, 3.2**), (**2.2, 3.3**), (3.1, 3.3)

+3 (**1.1, 2.3**), (**1.1, 3.2**), (**1.2, 3.3**), (**2.1, 3.3**)

+4 (**1.1, 3.3**)

Das Voranschreiten auf beiden Diagonalen geschieht also durch Addition des Repräsentationswertes 2 (1.1 2.2 3.3; 3.1 2.2 1.3), wobei die Addition bei der Hauptdiagonalen [+2], bei der Nebendiagonalen aber [+1, -1] beträgt, d.h. es handelt sich um ein "Fortschreiten ohne Bewegung", das typisch zu sein scheint für "polykontexturale" Trans-Klassen wie (3.-1 -2.1 1.3, -3.1 2.-1 1.3, 3.1 -2.-1 -1.-1, etc.), d.h. die Addition +2 bei der die eigenreale Zeichenklasse repräsentierenden semiotischen Nebendiagonalen (vgl. Bense 1992) bedeutet, dass jeder interkontextuellen Überschreitung eine intrakontextuelle entspricht, und umgekehrt.

Für die 10 semiotischen Zeichenklassen einschliesslich der die semiotische Hauptdiagonale repräsentierenden Genuinen Kategorienklasse gilt also der folgende Algorithmus:

$$\begin{aligned}
 (a.b) + 1 &= \begin{cases} (a+1.b), \text{ falls } a < 3 \\ (a.b+1), \text{ falls } b < 3 \end{cases} \\
 (a.b) + 2 &= \begin{cases} (a+2.b), \text{ falls } a = 1 \\ (a.b+2), \text{ falls } b = 1 \end{cases} \\
 (a.b) + 3 &= \begin{cases} (a+1.b+2), \text{ falls } a < 3 \text{ und } b = 1 \\ (a+2.b+1), \text{ falls } a = 1 \text{ und } b < 3 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$(a.b) + 4 = | (a+2.b+2), \text{ falls } a = 1 \text{ und } b = 1$$

Schauen wir uns nun die Subzeichen mit gleichem Repräsentationswert an:

- 2 (1.1)
- 3 (1.2), (2.1)
- 4 (1.3), (2.2), (3.1)
- 5 (2.3), (3.2)
- 6 (3.3)

Würde man hier mit Kenogrammen operieren, würde das Schema folgendermassen zu 3 unterscheidbaren Keno-Zeichen und ihren Kombinationen zusammenschrumpfen:

- (□□)
- (□■), (■□) = (□■)
- (□◇), (■■), (◇□) = (□◇), (■■)
- (■◇), (◇■) = (■◇)
- (◇◇)

welche genau den 5 ersten Proto-Zahlen (der 3 ersten Kontexturen) entspricht, vgl. Kronthaler (1986, S. 29):

- 1 (1:1)
- 2 (2:1), (2:2)
- 3 (3:1), (3:2), (3:3),

welche sich via Normalform-Operation auf die folgenden 3 Strukturschemata reduzieren lassen (Kronthaler 1986, S. 34):

- 000
- 001
- 3 012,

die sich ebenfalls mit den 3 Strukturschemata der Kontextur T_3 der Deutero-Zahlen decken (Kronthaler 1986, S. 34), jedoch ein Fragment (eine Teilmenge) der Trito-Zahlen der Kontextur T_3 darstellen:

000
 001
 010
 011
 3 012

Wir wollen die Zeichen-Zahlen nun als "Peirce-Zahlen" bezeichnen und sie in folgender "Potenz"-Schreibweise notieren, in der die Basis den trichotomischen Stellenwert eines Subzeichens und der Exponent dessen Frequenz angibt. Dazu ein Beispiel: Wir gehen aus von der Zeichenklasse

(3.1 2.1 1.3)

und erhalten durch Dualisierung dessen Realitätsthematik:

(3.1 1.2 1.3),

deren strukturelle (entitatische) Realität die eines Mittel-thematisierten Interpretanten ist, denn in:

(3.1) (1.2 1.3)

thematisieren die beiden unterstrichenen Mittelbezüge den Interpretantenbezug. Da nun der Interpretantenbezug 1 mal aufscheint und die Mittelbezüge 2 mal, erhalten wir folgende eineindeutige Abbildung der kategorialen auf die "Potenz"-Schreibweise:

(3.1 1.2 1.3) $\Leftrightarrow (3^1 1^2)$

Die Basen geben somit den Akkretionsgrad und die Exponenten den Iterationsgrad der Subzeichen einer Realitätsthematik an, d.h. Peirce-Zahlen sind keine monokontexturalen Peano-Zahlen, denn diese sind durch reine Iterativität definiert. Da nun Peirce-Zahlen auch nicht der Linearität der Peano-Zahlen folgen, sondern flächige Zahlen mit Intra- und Inter-Kontexturwechsel darstellen (vgl. Toth 2008), müssen die Proto- und Deutero-Zahlen der Kontextur T_3 als morphogramatische Fragmente der Peirce-Zahlen der Kontextur T_3 aufgefasst werden. Obwohl es nun innerhalb der Kontextur T_3 mehr unterscheidbare Peirce-

Zahlen als Trito-Zahlen gibt, nämlich 9 und nicht nur 5, sind jedoch die Trito-Zahlen der Kontextur T_3 keine morphogrammatischen Fragmente der Peirce-Zahlen der Kontextur T_3 , denn die Trito-Werte (000, 001, 010, 011, 012) können nur teilweise auf die Peirce-Werte (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3) abgebildet werden. Für die Peirce-Zahlen ergibt sich somit die eigentümliche Folgerung, dass sie einerseits starke polykontexturale Eigenschaften haben, dass sie dabei aber nicht als Trito-Zahlen aufgefasst werden können, sondern in einem noch näher zu bestimmenden qualitativ-mathematischen Raum zwischen Deutero- und Trito-Zahlen im Feld zwischen "Zahl und Begriff" (Günther 1991, S. 431) und das heisst im Raum zwischen Sein und Nichts angesiedelt sind, welche demzufolge nicht durch eine scharfe Grenze voneinander getrennt sind, sondern durch einen Streifen von qualitativ-quantitativem mathematischem "Niemandland".

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Die Metamorphose der Zahl. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 431-479

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Formalsemiotische Notationen. In: ders., Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993, S. 135-175

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Zahlentheorie I. 2008 (= Kap. 19)

16. Zu einer semiotischen Zahlentheorie III

1. Zeichnet man das klassische semiotische System der 10 Zeichenklassen und Realitätsthematiken in ein Kartesisches Koordinatensystem ein, so erhält man 40 Zeichenklassen und Realitätsthematiken, nämlich solche der allgemeinen Form

$$(\pm 3.\pm a \pm 2.\pm b \pm 1.\pm c) \times (\pm c.\pm 1 \pm b.\pm 2 \pm a.\pm 3)$$

Permutiert man die Subzeichen pro Zeichenklasse gemäss den innerhalb der theoretischen Semiotik definierten Ordnungstypen

(3. → 2. → 1.), (3. → 1. → 2.); (2. → 3. → 1.), (2. → 1. → 3.); (1. → 3. → 2.), (1. → 2. → 3.),

so erhält man diesen Ordnungstypen entsprechend pro Zeichenklasse und Realitätsthematik je 6 Transpositionen der folgenden allgemeinen Form:

$$(\pm 3.\pm a \pm 2.\pm b \pm 1.\pm c) \times (\pm c.\pm 1 \pm b.\pm 2 \pm a.\pm 3)$$

$$(\pm 3.\pm a \pm 1.\pm c \pm 2.\pm b) \times (\pm b.\pm 2 \pm c.\pm 1 \pm a.\pm 3)$$

$$(\pm 2.\pm b \pm 3.\pm a \pm 1.\pm c) \times (\pm c.\pm 1 \pm a.\pm 3 \pm b.\pm 2)$$

$$(\pm 2.\pm b \pm 1.\pm c \pm 3.\pm a) \times (\pm a.\pm 3 \pm c.\pm 1 \pm b.\pm 2)$$

$$(\pm 1.\pm c \pm 3.\pm a \pm 2.\pm b) \times (\pm b.\pm 2 \pm a.\pm 3 \pm c.\pm 1)$$

$$(\pm 1.\pm c \pm 2.\pm b \pm 3.\pm a) \times (\pm a \pm 3 \pm b.\pm 2 \pm c.\pm 1)$$

Durch Abbildung auf die Gaußsche Zahlenebene und kombinatorische Permutation erhält man also pro semiotisches Repräsentationssystem 24 und statt der 10 Zeichenklassen und Realitätsthematiken 240 semiotische Repräsentationssysteme, welche erst den ganzen semiotischen Strukturreichtum ausschöpfen, der im Modell des triadisch-trichotomischen Zeichens steckt. Nimmt man noch die Genuine Kategorienklasse dazu (vgl. Bense 1992, S. 36 f.), die zwar trichotomisch irregulär (weil nicht nach dem semiotischen Inklusionsprinzip gebaut) ist, aber "natürlich" als Hauptdiagonale der semiotischen Matrix aufscheint, dann erhält man also ein operatives semiotisches System aus 264 Repräsentationssystemen, d.h. 264 Zeichenklassen und 264 ihnen dual koordinierten Realitätsthematiken, insgesamt also 528 Repräsentationsschemata.

2. Rechnet man also die Genuine Kategorienklasse zu den grundlegenden semiotischen Repräsentationsschemata, so erhält man 11 Zeichenklassen, von denen sich die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3 × 3.1 2.2 1.3) und die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1 × 1.1 2.2 3.3) auch im Hinblick auf ihre Abbildung auf die Gauss-Ebene und Permutation ihrer dyadischen Bestandteile unterscheiden. Ich zeige hier zunächst das diesbezügliche Verhalten der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3):

$$\begin{aligned} (3.1\ 2.1\ 1.3) &\times (3.1\ 1.2\ 1.3) \\ (-3.1\ -2.1\ -1.3) &\times (3.-1\ 1.-2\ 1.-3) \\ (3.-1\ 2.-1\ 1.-3) &\times (-3.1\ -1.2\ -1.3) \\ (-3.-1\ -2.-1\ -1.-3) &\times (-3.-1\ -1.-2\ -1.-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3.1\ 1.3\ 2.1) &\times (1.2\ 3.1\ 1.3) \\ (-3.1\ -1.3\ -2.1) &\times (1.-2\ 3.-1\ 1.-3) \\ (3.-1\ 1.-3\ 2.-1) &\times (-1.2\ -3.1\ -1.3) \\ (-3.-1\ -1.-3\ -2.-1) &\times (-1.-2\ -3.-1\ -1.-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2.1\ 3.1\ 1.3) &\times (3.1\ 1.3\ 1.2) \\ (-2.1\ -3.1\ -1.3) &\times (3.-1\ 1.-3\ 1.-2) \\ (2.-1\ 3.-1\ 1.-3) &\times (-3.1\ -1.3\ -1.2) \\ (-2.-1\ -3.-1\ -1.-3) &\times (-3.-1\ -1.-3\ -1.-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2.1\ 1.3\ 3.1) &\times (1.3\ 3.1\ 1.2) \\ (-2.1\ -1.3\ -3.1) &\times (1.-3\ 3.-1\ 1.-2) \\ (2.-1\ 1.-3\ 3.-1) &\times (-1.3\ -3.1\ -1.2) \\ (-2.-1\ -1.-3\ -3.-1) &\times (-1.-3\ -3.-1\ -1.-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1.3 \ 3.1 \ 2.1) & \times (1.2 \ 1.3 \ 3.1) \\ (-1.3 \ -3.1 \ -2.1) & \times (1.-2 \ 1.-3 \ 3.-1) \\ (1.-3 \ 3.-1 \ 2.-1) & \times (-1.2 \ -1.3 \ -3.1) \\ (-1.-3 \ -3.-1 \ -2.-1) & \times (-1.-2 \ -1.-3 \ -3.-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1.3 \ 2.1 \ 3.1) & \times (1.3 \ 1.2 \ 3.1) \\ (-1.3 \ -2.1 \ -3.1) & \times (1.-3 \ 1.-2 \ 3.-1) \\ (1.-3 \ 2.-1 \ 3.-1) & \times (-1.3 \ -1.2 \ -3.1) \\ (-1.-3 \ -2.-1 \ -3.-1) & \times (-1.-3 \ -1.-2 \ -3.-1) \end{aligned}$$

Wie man leicht erkennt, weisen also die Abbildungen der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) auf die Gauss-Ebene und die Permutationen im ganzen 24er-System, das dergestalt dieser Zeichenklasse als semiotischer Strukturraum zugeordnet wird, keine zwei gleichen Strukturen auf. Diese Erkenntnis gilt, wie man leicht nachprüft, für alle Zeichenklassen ausser der eigenrealen und der Genuinen Kategorienklasse. Diese zwei letzteren sollen hier deshalb gesondert untersucht werden.

3. Interne semiotische Repräsentationsstruktur der eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3):

$$\begin{aligned} a(3.1 \ 2.2 \ 1.3) & \times a(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \\ b(-3.1 \ -2.2 \ -1.3) & \times c(3.-1 \ 2.-2 \ 1.-3) \\ c(3.-1 \ 2.-2 \ 1.-3) & \times b(-3.1 \ -2.2 \ -1.3) \\ d(-3.-1 \ -2.-2 \ -1.-3) & \times d(-3.-1 \ -2.-2 \ -1.-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a(3.1 \ 1.3 \ 2.2) & \times b(2.2 \ 3.1 \ 1.3) \\
 c(-3.1 \ -1.3 \ -2.2) & \times d(2.-2 \ 3.-1 \ 1.-3) \\
 e(3.-1 \ 1.-3 \ 2.-2) & \times f(-2.2 \ -3.1 \ -1.3) \\
 g(-3.-1 \ -1.-3 \ -2.-2) & \times h(-2.-2 \ -3.-1 \ -1.-3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b(2.2 \ 3.1 \ 1.3) & \times a(3.1 \ 1.3 \ 2.2) \\
 f(-2.2 \ -3.1 \ -1.3) & \times e(3.-1 \ 1.-3 \ 2.-2) \\
 d(2.-2 \ 3.-1 \ 1.-3) & \times c(-3.1 \ -1.3 \ -2.2) \\
 h(-2.-2 \ -3.-1 \ -1.-3) & \times g(-3.-1 \ -1.-3 \ -2.-2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a(2.2 \ 1.3 \ 3.1) & \times b(1.3 \ 3.1 \ 2.2) \\
 c(-2.2 \ -1.3 \ -3.1) & \times d(1.-3 \ 3.-1 \ 2.-2) \\
 e(2.-2 \ 1.-3 \ 3.-1) & \times f(-1.3 \ -3.1 \ -2.2) \\
 g(-2.-2 \ -1.-3 \ -3.-1) & \times h(-1.-3 \ -3.-1 \ -2.-2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b(1.3 \ 3.1 \ 2.2) & \times a(2.2 \ 1.3 \ 3.1) \\
 f(-1.3 \ -3.1 \ -2.2) & \times e(2.-2 \ 1.-3 \ 3.-1) \\
 d(1.-3 \ 3.-1 \ 2.-2) & \times c(-2.2 \ -1.3 \ -3.1) \\
 h(-1.-3 \ -3.-1 \ -2.-2) & \times g(-2.-2 \ -1.-3 \ -3.-1)
 \end{aligned}$$

$$a(1.3 \ 2.2 \ 3.1) \quad \times \quad a(1.3 \ 2.2 \ 3.1)$$

$$b(-1.3 \ -2.2 \ -3.1) \quad \times \quad c(1.-3 \ 2.-2 \ 3.-1)$$

$$c(1.-3 \ 2.-2 \ 3.-1) \quad \times \quad b(-1.3 \ -2.2 \ -3.1)$$

$$d(-1.-3 \ -2.-2 \ -3.-1) \quad \times \quad d(-1.-3 \ -2.-2 \ -3.-1)$$

Bei der eigenrealen Zeichenklasse muss also die interne semiotische Struktur der 6 Blöcke gesondert untersucht werden, denn der 1. und der 6. Block verhalten sich grundlegend anders als der 2.-5. Block. Da wir oben gleiche semiotische Strukturen durch gleiche kleine Buchstaben markiert haben, finden wir folgende interne semiotische Struktur des eigenrealen Repräsentationssystems:

Schema für 1. und 6. Block:

a — a

b — c
c — b

d — d

Schema für 2.-5. Block:

a — b — b — a

c — d — f — e
e — f — d — c

g — h — h — g

4. Man bemerkt, dass die Verteilungen (c-d / d-c) und (e-f / f-e) sich überkreuzen. Wir haben hier also einen repräsentationsinternen semiotischen Chiasmus vor uns. Da chiasmische Strukturen mit einer monokontexturalen Logik unverträglich sind, möchte ich hier provisorisch und auf weitere Arbeiten vorausschauend einige rudimentäre logische Gesetze formulieren, die im eigenrealen semiotischen Repräsentationssystem zu gelten scheinen. Ich erinnere dabei daran, dass die eigenreale Zeichenklasse von Jorge Bogarin (1986) ausdrücklich als rekursive, d.h. selbstbezügliche bestimmt wurde und dass Georg Galland in seiner Dissertation (1978) ausdrücklich den Widerspruch als "negative Selbstbezüglichkeit" bestimmt hatte. Nun können wir natürlich die rein mathematisch durch Abbildung auf die Gaußebene gewonnenen Zeichenklassen mit negativen Subzeichen als logische Negationen deuten, zumal in Toth (2007, S. 143-213) gezeigt worden

war, dass sich die gesamte Logik mit Hilfe der mathematischen Semiotik formulieren lässt.

Zuerst definieren wir innerhalb der allgemeinen Struktur einer Zeichenklasse ($\pm 3.\pm a \pm 2.\pm b \pm 1.c$) die Form (3.a 2.b 1.c) als Position, die Folge (-3.a -2.b -1.c) als 1. Negation, die Folge (3.-a 2.-b 1.-c) als 2. Negation und die Folge (-3.-a -2.-b -1.-c) als 3. Negation:

$$N1(a.b c.d e.f) = (-a.b -c.d -ef.)$$

$$N2(a.b c.d e.f) = (a.-b c.-d e.-f)$$

$$N3(a.b c.d e.f) = (-a.-b -c.-d -e.-f)$$

Dabei kann jede Negation als Kombination der beiden jeweils anderen Negationen ausgedrückt werden:

$$N1 = N2N3 = N3N2$$

$$N2 = N1N3 = N3N1$$

$$N3 = N1N2 = N2N1,$$

d.h. aber gleiche Negationen löschen einander aus:

$$N1N1 = N2N2 = N3N3 = 1$$

Deshalb gilt weiter:

$$N2N1N2 = N1$$

$$N1N2N1 = N2$$

$$N1N1N3 = N3$$

$$N2N2N3 = N3, \text{ usw.}$$

Nun entdecken wir jedoch eine in der klassischen Logik nicht vorhandene Besonderheit, nämlich die chiasmatische Überkreuzung von semiotischer Negation und semiotischer Dualisation, insofern, wie anhand des oben gegebenen

Strukturschemas klar geworden ist, beispielsweise die Realitätsthematik von (-3.1 -2.2 -1.3) der Zeichenklasse von (3.-1 2.-2 1.-3) und umgekehrt entspricht. Somit erhalten wir:

$$N1 = DN2$$

$$DDN1 = N1$$

$$DDN2 = N2$$

$$N2 = DN1$$

Neben der internen chiastischen semiotischen Repräsentationsstruktur der Eigenrealität finden wir also einen semiotischen Chiasmus komplexer Zeichenklassen und Realitätsthematiken, der nicht nur auf die eigenreale Zeichenklasse beschränkt ist. Man könnte diesen Sachverhalt auch wie folgt ausdrücken: Permutierte komplexe Zeichenklassen haben Realitätsthematiken, die nicht von ihnen selbst, sondern von einer anderen Permutation derselben Zeichenklasse gebildet werden. Ferner ist rein qualitativ betrachtet die 3. Negation nicht überflüssig, auch wenn sie quantitativ durch die beiden anderen Negationen ausgedrückt werden kann. Hier liegt also wieder ein Hinweis auf die schon oft festgestellte Zwischenstellung der Semiotik zwischen Mono- und Polykontextualität vor, denn 3 Negationen erfordern normalerweise eine 4-wertige, also eine tetradische und nicht nur eine triadische Semiotik (vgl. Toth 2007, S. 214 ff.).

Es ist klar, dass die hier skizzierten Anfänge einer semiotischen Negationstheorie auf eine "nicht-klassische Logik für logische Falschheit" abzielen, wie der Titel von Wolfgang Bergers Dissertation lautet (Berger 1977), denn eine Widerlegung ist für Berger (der hierin Kant folgt) ein "negativer Beweis", und er entwickelt auf dieser Basis ein paralleles syntaktisches und semantisches logisches Strukturschema von "Ableitung – Beweis" und "Widerlegung – Verwerfung" unter Benützung der entsprechenden Kalküle von Lukasiewicz (1951), Gentzen (1934) und Charles de Morgan (1973).

5. Interne semiotische Repräsentationsstruktur der Genuinen Kategorienklasse
(3.3 2.2 1.1):

a(3.3 2.2 1.1) × b(1.1 2.2 3.3)

c(-3.3 -2.2 -1.1) × d(1.-1 2.-2 3.-3)

e(3.-3 2.-2 1.-1) × f(-1.1 -2.2 -3.3)

g(-3.-3 -2.-2 -1.-1) × h(-1.-1 -2.-2 -3.-3)

i(3.3 1.1 2.2) × j(2.2 1.1 3.3)

k(-3.3 -1.1 -2.2) × l(2.-2 1.-1 3.-3)

m(3.-3 1.-1 2.-2) × n(-2.2 -1.1 -3.3)

o(-3.-3 -1.-1 -2.-2) × p(-2.-2 -1.-1 -3.-3)

q(2.2 3.3 1.1) × r(1.1 3.3 2.2)

s(-2.2 -3.3 -1.1) × t(1.-1 3.-3 2.-2)

u(2.-2 3.-3 1.-1) × v(-1.1 -3.3 -2.2)

w(-2.-2 -3.-3 -1.-1) × x(-1.-1 -3.-3 -2.-2)

j(2.2 1.1 3.3) × i(3.3 1.1 2.2)

n(-2.2 -1.1 -3.3) × m(3.-3 1.-1 2.-2)

l(2.-2 1.-1 3.-3) × k(-3.3 -1.1 -2.2)

p(-2.-2 -1.-1 -3.-3) × o(-3.-3 -1.-1 -2.-2)

$$\begin{array}{l}
r(1.1 \ 3.3 \ 2.2) \quad \times \quad q(2.2 \ 3.3 \ 1.1) \\
v(-1.1 \ -3.3 \ -2.2) \quad \times \quad u(2.-2 \ 3.-3 \ 1.-1) \\
t(1.-1 \ 3.-3 \ 2.-2) \quad \times \quad s(-2.2 \ -3.3 \ -1.1) \\
x(-1.-1 \ -3.-3 \ -2.-2) \quad \times \quad w(-2.-2 \ -3.-3 \ -1.-1)
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
b(1.1 \ 2.2 \ 3.3) \quad \times \quad a(3.3 \ 2.2 \ 1.1) \\
f(-1.1 \ -2.2 \ -3.3) \quad \times \quad e(3.-3 \ 2.-2 \ 1.-1) \\
d(1.-1 \ 2.-2 \ 3.-3) \quad \times \quad c(-3.3 \ -2.2 \ -1.1) \\
h(-1.-1 \ -2.-2 \ -3.-3) \quad \times \quad g(-3.-3 \ -2.-2 \ -1.-1)
\end{array}$$

Auch der interne semiotische Repräsentationsraum der Genuinen Kategorienklasse weist Chiasmen auf, und zwar müssen hier wiederum die Blöcke 1. und 6. gesondert von den Blöcken 2.-5. dargestellt werden:

Schema für 1. und 6. Block:

$$\begin{array}{l}
a - b \quad - \quad b - a \\
c - d \quad \diagdown \quad \diagup \quad f - e \\
e - f \quad \diagup \quad \diagdown \quad d - c \\
g - h \quad - \quad h - g
\end{array}$$

Schema für 2.-5. Block:

$$\begin{array}{l}
i - j \quad - \quad j - i \\
k - l \quad \diagdown \quad \diagup \quad n - m \\
m - n \quad \diagup \quad \diagdown \quad l - k \\
o - p \quad - \quad p - o \\
q - r \quad - \quad r - q \\
s - t \quad \diagdown \quad \diagup \quad v - u \\
u - v \quad \diagup \quad \diagdown \quad t - s \\
w - x \quad - \quad x - w
\end{array}$$

Die interne Struktur der Blöcke 2.-5. hat also wiederum selbst eine interne Struktur, und diese ist isomorph derjenigen des 1. und 6. Blockes, so dass also alle 3 unterscheidbaren Blöcke je einen semiotischen Chiasmus aufweisen. Die interne semiotische Repräsentationsstruktur der Genuinen Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) ist damit also fundamental verschieden von derjenigen der eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3), vgl. Bense (1992, S. 14 ff.).

6. Abschliessend wollen wir uns den Matrizen der 4 Darstellungsmöglichkeiten komplexer Subzeichen zuwenden. Wir erhalten ja für die allgemeine Primzeichen-Relation $PZ = (\pm.1., \pm.2., \pm.3.)$ nun statt einer vier semiotische Matrixen, von denen nur die erste mit der "klassischen" kleinen semiotischen Matrix übereinstimmt:

1.1 1.2 1.3 -1.1 -1.2 -1.3 1.-1 1.-2 1.-3 -1.-1-1.-2-1.-3

2.1 2.2 2.3 -2.1 -2.2 -2.3 2.-1 2.-2 2.-3 -2.-1-2.-2-2.-3

3.1 3.2 3.3 -3.1 -3.2 -3.3 3.-1 3.-2 3.-3 -3.-1-3.-2-3.-3

Wenn wir statt der dyadischen Subzeichen deren Repräsentationswerte, d.h. die Summen der numerischen kategorialen Haupt- und Stellenwerte nehmen, können wir die obigen 4 Matrizen auch wie folgt darstellen:

2 3 4 0 1 2 0 -1 -2 -2 -3 -4

3 4 5 -1 0 1 1 0 -1 -3 -4 -5

4 5 6 -2 -1 0 2 1 0 -4 -5 -6

Wir sehen hier die Hauptdiagonalen mit identischem positivem (4 -4 -4) und identischem negativem (-4 - -4 - -4) Repräsentationswert bei den Matrizen der "positiven" und der "doppelt verneinten" semiotischen Matrizen. Ferner weisen die beiden "einfach verneinten" semiotischen Matrizen die identischen Nebendiagonalen (0 - 0 - 0) auf. Die Addition der entsprechenden hauptdiagonalen und

der entsprechenden nebendiagonalen Werte ergibt nun zweimal die Summe 12 und zweimal die Summe 0 und zwar ganz genau wie bei den schon von Bense (1992, S. 14 ff.) als zu einander semiotisch affin nachgewiesenen Zeichenklassen

$$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3)$$

$$(3.2\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 2.3)$$

$$(3.3\ 2.2\ 1.1) \times (1.1\ 2.2\ 3.3)$$

der Eigenrealität, des Vollständigen Objektes und der Genuinen Kategorien:

$$(3.1\ 2.1\ 1.1) \quad Rpw = 9 \quad (-3.1\ -2.1\ -1.1) \quad Rpw = -3$$

$$(3.1\ 2.1\ 1.2) \quad Rpw = 10 \quad (-3.1\ -2.1\ -1.2) \quad Rpw = -2$$

$$(3.1\ 2.1\ 1.3) \quad Rpw = 11 \quad (-3.1\ -2.1\ -1.3) \quad Rpw = -1$$

$$(3.1\ 2.2\ 1.2) \quad Rpw = 11 \quad (-3.1\ -2.2\ -1.2) \quad Rpw = -1$$

$$(3.1\ 2.2\ 1.3) \quad Rpw = 12 \quad (-3.1\ -2.2\ -1.3) \quad Rpw = 0$$

$$(3.1\ 2.3\ 1.3) \quad Rpw = 13 \quad (-3.1\ -2.3\ -1.3) \quad Rpw = 1$$

$$(3.2\ 2.2\ 1.2) \quad Rpw = 12 \quad (-3.2\ -2.2\ -1.2) \quad Rpw = 0$$

$$(3.2\ 2.2\ 1.3) \quad Rpw = 13 \quad (-3.2\ -2.2\ -1.3) \quad Rpw = 1$$

$$(3.2\ 2.3\ 1.3) \quad Rpw = 14 \quad (-3.2\ -2.3\ -1.3) \quad Rpw = 2$$

$$(3.3\ 2.3\ 1.3) \quad Rpw = 15 \quad (-3.3\ -2.3\ -1.3) \quad Rpw = 3$$

$$(3.3\ 2.2\ 1.1) \quad Rpw = 12 \quad (-3.3\ -2.2\ -1.1) \quad Rpw = 0$$

$$(3.-1\ 2.-1\ 1.-1) \quad Rpw = 3 \quad (-3.-1\ -2.-1\ -1.-1) \quad Rpw = -9$$

$$(3.-1\ 2.-1\ 1.-2) \quad Rpw = 2 \quad (-3.-1\ -2.-1\ -1.-2) \quad Rpw = -10$$

$$(3.-1\ 2.-1\ 1.-3) \quad Rpw = 1 \quad (-3.-1\ -2.-1\ -1.-3) \quad Rpw = -11$$

$$(3.-1\ 2.-2\ 1.-2) \quad Rpw = 1 \quad (-3.-1\ -2.-2\ -1.-2) \quad Rpw = -11$$

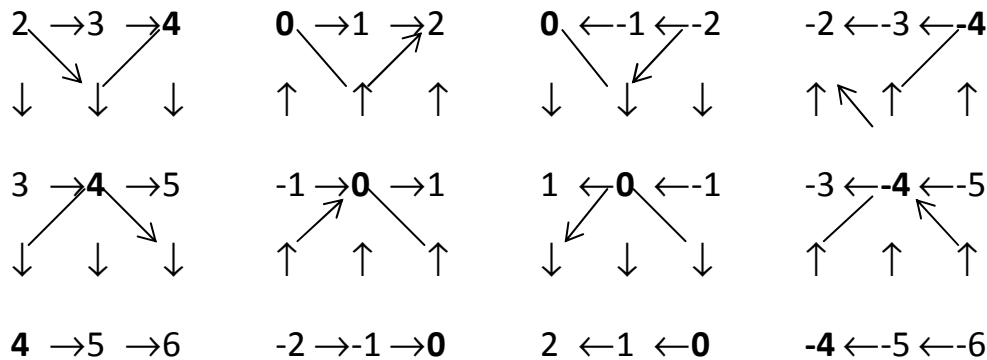
(3.-1 2.-2 1.-3)	Rpw = 0	(-3.-1 -2.-2 -1.-3)	Rpw = -12
(3.-1 2.-3 1.-3)	Rpw = -1	(-3.-1 -2.-3 -1.-3)	Rpw = -13
(3.-2 2.-2 1.-2)	Rpw = 0	(-3.-2 -2.-2 -1.-2)	Rpw = -12
(3.-2 2.-2 1.-3)	Rpw = -1	(-3.-2 -2.-2 -1.-3)	Rpw = -13
(3.-2 2.-3 1.-3)	Rpw = -2	(-3.-2 -2.-3 -1.-3)	Rpw = -14
(3.-3 2.-3 1.-3)	Rpw = -3	(-3.-3 -2.-3 -1.-3)	Rpw = -15
(3.-3 2.-2 1.-1)	Rpw = 0	(-3.-3 -2.-2 -1.-1)	Rpw = -12

Die Repräsentationswerte der einfach negierten Zeichenklassen sind jedoch trotz der semiotischen Chiasmen mit ihren Realitätsthematiken identisch, z.B.:

$$\text{Rpw}(-3.1 -2.2 -1.3) = -2 + 0 + 2 = 0$$

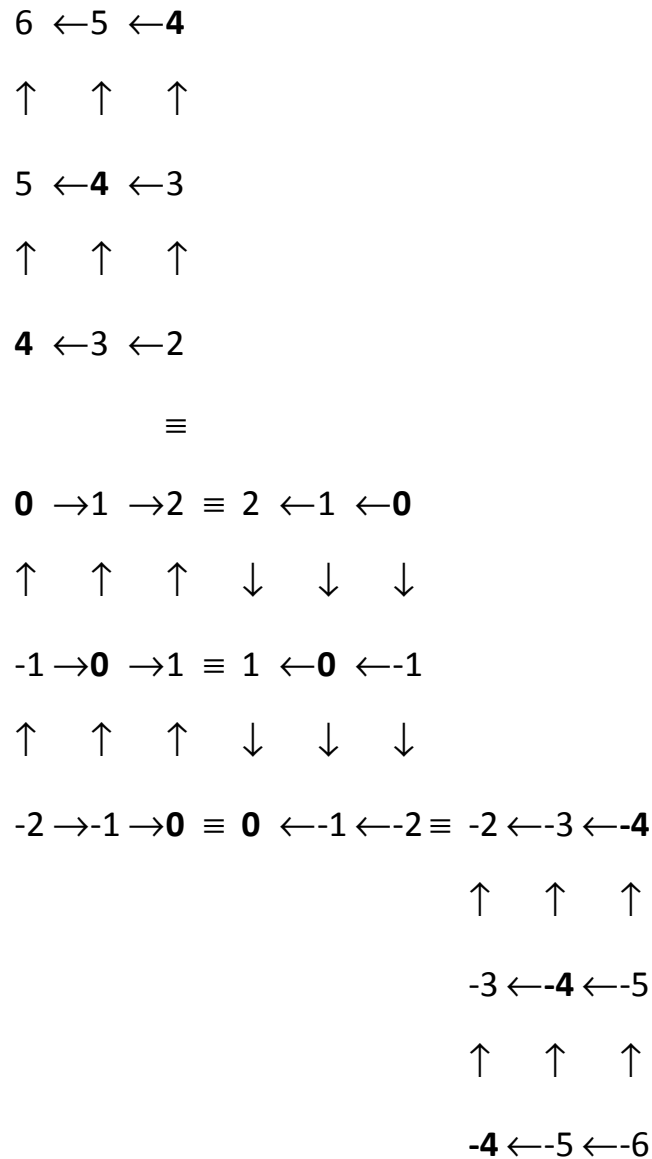
$$\text{Rpw}(3.-1 2.-2 1.-3) = 2 + 0 + -2$$

Das auffälligste Charakteristikum der semiotischen Kardinalzahlen, als welche die Repräsentationswerte erscheinen, ist jedoch deren enorme Multilateralität:



So hat also z.B. 2 nicht nur einen, sondern 2 Nachfolger (3, 4); ferner ist die 3 auf 2 verschiedenen Wegen erreichbar, nämlich als intra-kontextuelle Transition innerhalb der Trichotomien ($2 \rightarrow$) und als trans-kontextuelle Transition innerhalb der Triaden ($2 \downarrow$). Wie schon die Pfeile in den obigen Diagrammen andeuten, wechseln hier sogar Vorwärts- (\rightarrow) und Rückwärtsbewegungen (\leftarrow). Die dadurch implizierte antidromische semiotische Zahlenstruktur lässt sich am besten anhand

des folgenden Schemas darstellen, indem die erste Matrize (ganz links) um 180 Grad im Gegenuhrzeigersinn gedreht wurde, damit die komplexe semiotische Struktur der Repräsentationswerte im Sinne von nicht nur flächigen, sondern sogar antidromischen Zahlenreihen sichtbar wird:



Das aus der klassischen Analysis bekannte Gesetz der Unmöglichkeit einer Anordnung des Körpers der komplexen Zahlen \mathbf{C} gilt somit beim System dieser "Peirce-Zahlen" nicht, da die komplexen Subzeichen zwar alle 4 Quadranten eines Kartesischen Koordinatensystems bzw. einer Gaußschen Zahlenebene belegen, da sich aber nach Toth (2008a, b) zwischen den triadischen Hauptwerten

Kontexturgrenzen befinden. Die antidromische Anordnung dieser Peirce-Zahlen sprengt damit sogar das flächige Schema polykontexturaler Zahlen, das Kronthaler (1986, S. 31) gegeben hat, steht jedoch in Einklang mit der antidromischen Kompositionsstruktur von Morphismen bzw. Heteromorphismen in kategorietheoretischen Diamanten, wie sie von Kaehr (2007) in die Polykontexturalitätstheorie eingeführt wurden.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Berger, Wolfgang, Entwurf und Untersuchung einer nicht-klassischen Logik für logische Falschheit. Diss. Stuttgart 1977

Bogarin, Jorge, Semiotische Ansätze zur Analyse der rekursiven Funktionen. In: Semiosis 42, 1986, S. 14-22

Galland, Georg, Zur semiotischen Funktion der kantischen Erkenntnistheorie. Diss. Stuttgart 1978

Gentzen, Gerald, Untersuchungen über das logische Schliessen. In: Math. Zeitschrift 39, 1934, S. 176-210 u. 405-431

Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2007.

http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Towards_Diamonds.pdf

Lukasiewicz, Jan, Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic. Oxford 1951

Morgan, Charles S., Sentential Calculus for Logical Falsehoods. In: Notre Dame Journal of Formal Logic 14/3, 1973, S. 347-353

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Zahlentheorie I. 2008a (= Kap. 19)

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Zahlentheorie II. 2008b (= Kap. 20)

17. Das Nullzeichen

1. Zu verschiedenen Beispielen von Nullzeichen bzw. Zeichen in Nullform, vgl. Sebeok (1979, S. 92 f.).

1.1. Zeichen können kategoriale Nullformen haben

1.1.1. M als Nullform

Z.B. schwe.gen, sch.eigen, s.hweigen,

1.1.2. O als Nullform

Z.B. Das Fehlen des Ringes am Ringfinger.

1.1.3. I als Nullform

Z.B. *verreichern, *bekippen, *glaubigen, ...

1.2. Zeichen können funktionale Nullformen haben

1.2.1. (M → O) als Nullform

Z.B. das trotz Wegweiser fehlende Haus von Twiddeldum und Twiddeldee.

1.2.2. (O → I) als Nullform

Z.B. die wegen Fehlens des Namens „Reh“ im „Walde des Vergessens“ nicht zustande kommende Assoziation „Reh“ → furchtsames Tier.

1.2.3. (I → M) als Nullform

Die praktischen (gebräuchlichen) Konsequenzen aus 1.2.2., d.h. Unterstellung, dass Alice das Reh verletzt wird; Flucht vor Alice.

1.3. Ganze Zeichen (triadische Relationen) können Nullformen haben

Z.B. Ich finde das einfach nur noch zum (Hierher gehört auch das Andeuten: Ich finde das nur noch zum K..., das Abkürzen: Ich finde das nur noch z.K. [tset-ka] oder das Substituieren: Das ist ja zum Küssen.)

2. Aus dieser kleinen auswahlweisen Liste resultiert zweierlei: 1. Alle Zeichen und ihre Bestandteile (Partialrelationen) können als Nullzeichen bzw. Nullformen auftreten. 2. Null ist nicht „leer“, d.i. die Nullformen sind indiziert, sonst wäre das Fehlen nämlich nicht nur störend, sondern die Abwesenheit von Zeichen wäre gar nicht zeichenhaft, sondern „ein Oxymoron“ (Sebeok 1979, S. 92). Daraus ergeben sich also die folgenden Möglichkeiten

2.1. Kategorial: $\emptyset_M, \emptyset_O, \emptyset_I.$

2.2. Funktional: $(\emptyset_M \rightarrow O) / (M \rightarrow \emptyset_O)$

$(\emptyset_O \rightarrow I) / (O \rightarrow \emptyset_I)$

$(\emptyset_I \rightarrow M) / (I \rightarrow \emptyset_M)$

2.3. Triadisch: $(\emptyset_I 2.y 1.z) \times (z.1 y.2 x.\emptyset_I)$

$(3.x \emptyset_O 1.z) \times (z.1 \emptyset_O x.3)$

$(3.x 2.y \emptyset_M) \times (\emptyset_M y.2 x.3)$

$(\emptyset_I \emptyset_O 1.z) \times (z.1 \emptyset_O \emptyset_I)$

$(3.x \emptyset_O \emptyset_M) \times (\emptyset_M \emptyset_O x.3)$

$(\emptyset_I 2.y \emptyset_M) \times (\emptyset_M y.2 \emptyset_I)$

$(\emptyset_I \emptyset_O \emptyset_M) \times (\emptyset_M \emptyset_O \emptyset_I)$

Bibliographie

Sebeok, Thomas A., Theorie und Geschichte der Semiotik. Reinbek 1979

18. Nullzeichen und Nullobjekte

1. In Toth (2006/2008, S. 14 ff.) wurde neben einer auf dem Begriff der Zahl und einer auf dem Begriff der Kategorie basierenden Begründung der Semiotik auch eine auf dem Begriff der Menge basierende angeboten (Zermelo-Fraenkelsches Axiomensystem). Eine der Konsequenzen einer solchen mengentheoretischen Begründung ist das notwendige Auftreten der leeren Menge, die z.B. bei Peirce und auch bei Bense undefiniert ist, d.h. dessen semiotische Stellung nicht nur unklar, sondern gar nicht vorhanden ist.

2. Bildet man von der bekannten Menge der Peirceschen Fundamentalkategorien

$$ZR = \{M, O, I\}$$

die Potenzmenge, dann erhält man

$$\mathbb{P}ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M, O\}, \{M, I\}, \{O, I\}, \{M, O, I\}, \emptyset\},$$

d.h. man erhält einerseits die Fundamentalkategorien (monadische Partialrelationen) in der Form ihrer Mengen, und ebenso die semiotischen Funktionen (dyadische Partialrelationen) sowie die vollständige triadische Zeichenrelation, aber ebenfalls das „leere Zeichen“. Die Einführung der monadischen Partialrelationen als Mengen ermöglicht es, z.B. nicht nur von einzelnen Mitteln, Objekten und Interpretanten auszugehen, sondern die bereits von Peirce verwendeten Ausdrücke des Mittel-Repertoires ($\{M\}$), des Objektbereichs ($\{O\}$) und des Interpretantenfeldes ($\{I\}$) exakt zu definieren. Daraus resultieren also die folgenden Mengen in expliziter Darstellung:

$$\{M\} = \{M_1, M_2, M_3, \dots, M_n\}$$

$$\{O\} = \{O_1, O_2, O_3, \dots, O_n\}$$

$$\{I\} = \{I_1, I_2, I_3, \dots, I_n\}$$

Die relationale Menge der Peirceschen Kategorien wird somit sozusagen durch die leere Menge als 4., tetradisches Element bereichert:

$$\text{ZR} \cup \emptyset = \{M, O, I, \emptyset\}.$$

3. Nichts hält uns davon ab, auch die Objektrelation

$$\text{OR} = \{m, \Omega, \mathcal{J}\}$$

als Potenzmenge einzuführen

$$\mathbb{P}\text{OR} = \mathbb{P}\{m, \Omega, \mathcal{J}\} = (\{m\}, \{\Omega\}, \{\mathcal{J}\}, \{m, \Omega\}, \{m, \mathcal{J}\}, \{\Omega, \mathcal{J}\}, \{m, \Omega, \mathcal{J}\}, \emptyset).$$

Wir wollen, einzig um klarzumachen, wovon jeweils die Rede ist, das Nullzeichen mit

$$\emptyset_{\text{ZR}}$$

und da Nullobjekt mit

$$\emptyset_{\text{OR}}$$

bezeichnen. Wir bekommen also parallel zur erweiterten Zeichenrelation

$$\text{ZR} \cup \emptyset = \{M, O, I, \emptyset_{\text{ZR}}\}.$$

die durch die leere Menge erweiterte Objektrelation

$$\text{OR} \cup \emptyset = \{m, \Omega, \mathcal{J}, \emptyset_{\text{OR}}\}.$$

Abgesehen von der Relation von \emptyset_{ZR} bzw. \emptyset_{OR} zu sich selbst

$$\emptyset_{\text{ZR}} \leftrightarrow \emptyset_{\text{ZR}} \text{ bzw. } \emptyset_{\text{OR}} \leftrightarrow \emptyset_{\text{OR}}$$

ergeben sich damit also 2 mal 7 Relationen zwischen dem Nullzeichen bzw. Nullobjekt und den übrigen semiotischen bzw. objektalen Mengen:

$$\emptyset_{\text{ZR}} \leftrightarrow \{M\} \qquad \emptyset_{\text{OR}} \leftrightarrow \{m\}$$

$$\emptyset_{\text{ZR}} \leftrightarrow \{O\} \qquad \emptyset_{\text{OR}} \leftrightarrow \{\Omega\}$$

$$\emptyset_{\text{ZR}} \leftrightarrow \{I\} \qquad \emptyset_{\text{OR}} \leftrightarrow \{\mathcal{J}\}$$

$$\emptyset_{ZR} \leftrightarrow \{M, O\} \qquad \emptyset_{OR} \leftrightarrow \{m, \Omega\}$$

$$\emptyset_{ZR} \leftrightarrow \{M, I\} \qquad \emptyset_{OR} \leftrightarrow \{m, \mathcal{J}\}$$

$$\emptyset_{ZR} \leftrightarrow \{O, I\} \qquad \emptyset_{OR} \leftrightarrow \{\Omega, \mathcal{J}\}$$

$$\emptyset_{ZR} \leftrightarrow \{M, O, I\} \qquad \emptyset_{OR} \leftrightarrow \{m, \Omega, \mathcal{J}\}$$

Die Abwesenheit eines Zeichens ist bekanntlich ebenfalls ein Zeichen, d.h. wenn jemand, der sonst einen Ehering an seinem Ringfinger trägt, plötzlich keinen mehr trägt, dann wird man versuchen, aus diesem Nullzeichen Schlüsse zu ziehen (Scheidung?). Andererseits kann man schwerlich sagen, dass auch die Abwesenheit eines Objektes ein Objekt sei.¹ Es ist aber so, dass es Zeichen gibt, denen keine realen Objekte entsprechen, und OR ist ja die Relation der realen substantiellen Objekte. Hierher gehören also alle Gedankenobjekte, die zwar wohl aus Versatzstücken der realen "Realität" zusammengesetzt sind, aber in ihrer jeweiligen Form nicht auftreten (Drache, Nixe, Gargoyle usw.).

Bibliographie

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

¹ Hingegen kann die Abwesenheit eines Objektes sehr wohl sein Zeichen sein. Z.B. existierte in der Schweiz die vollständige Reihe der Biergläser vom 1dl-Glas („Tschumpeli“), 2dl-Glas („Herrgöttli“), 3-dl-Glas („Stange“), 4-dl-Glas „Rugeli“ bis zum 5-dl-Glas „Grosses“ (wobei allerdings z.T. regional nicht nur die Quantitäten, sondern auch verschiedene Formen der Qualitäten namengebend waren, vgl. „Tulpe“ vs. „Stange“ für 3 dl, „Becher“ für 4dl in Nicht-Rugeli-Form z.B. in Kt. Aargau, usw.). Als zu Beginn der 90er Jahre unter EU-Einfluss die Eichmasse auch in der Schweiz revidiert wurden, verschwand das 5dl-Glas, und das „Grosse“ war nunmehr das 4dl-Glas, d.h. auch das „Rugeli“ bzw. der „Becher“ verschwanden. In manchen Kantonen verschwand sogar die 3dl-„Stange“, sie wurde nun in 2dl-Gläsern ausgeschenkt, oder es wurden 2 Stangen (2dl, 3 dl) eingeführt. Der Restaurantgast nun interpretierte diese Veränderungen, die ja alle darauf hinauslaufen, dass er für weniger Bier gleichviel wie vorher (oder sogar mehr) bezahlt, so, dass das Verschwinden der Gläser-Objekte ein Zeichen für (mehr oder weniger versteckten) Bierpreisaufschlag war.

19. Links- und Rechtsadditionen von Nullzeichen

1. In Toth (2009a) wurde eine auf Toth (2008) basierende „Substanz-Reduktion“ der Notation semiotischer Spuren vorgeschlagen, insofern die Codomänen von Spuren durch Pfeile ersetzt wurden. Im Gegensatz zu den Subzeichen, die „substanzfrei“ die drei Pfeile \rightarrow , \leftarrow und \downarrow benötigen, genügen zur Darstellung „substanzfreier“ Spuren die beiden ersten:

$\emptyset_M \equiv \emptyset \rightarrow$: Bewegung vom Nullzeichen weg

$\emptyset_l \equiv \emptyset \leftarrow$: Bewegung (von vorn) zum Nullzeichen hin

$M_{\emptyset} \equiv \leftarrow \emptyset$: **Bewegung hinter das Nullzeichen**

$I_{\emptyset} \equiv \rightarrow \emptyset$: **Bewegung (von hinten) zum Nullzeichen**

$\emptyset_o \equiv \rightarrow \emptyset \leftarrow$: Bewegung (von vorn und von hinten) zum Nullzeichen

$O_{\emptyset} \equiv \leftarrow \emptyset \rightarrow$: Bewegung (von beiden Seiten) vom Nullzeichen weg

2. Stellt man die einander dualen Nullzeichen, d.h. die Nullzeichen, die entweder als Domäne oder als Codomäne \emptyset haben, einander gegenüber, ergibt sich:

\emptyset_M	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="padding: 5px 10px;">$\emptyset \rightarrow$</td> <td style="padding: 5px 10px;">$\leftarrow \emptyset$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px 10px;">$\rightarrow \emptyset \leftarrow$</td> <td style="padding: 5px 10px;">$\leftarrow \emptyset \rightarrow$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px 10px;">$\emptyset \leftarrow$</td> <td style="padding: 5px 10px;">$\rightarrow \emptyset$</td> </tr> </table>	$\emptyset \rightarrow$	$\leftarrow \emptyset$	$\rightarrow \emptyset \leftarrow$	$\leftarrow \emptyset \rightarrow$	$\emptyset \leftarrow$	$\rightarrow \emptyset$	M_{\emptyset}
$\emptyset \rightarrow$	$\leftarrow \emptyset$							
$\rightarrow \emptyset \leftarrow$	$\leftarrow \emptyset \rightarrow$							
$\emptyset \leftarrow$	$\rightarrow \emptyset$							
\emptyset_o		O_{\emptyset}						
\emptyset_l		I_{\emptyset}						

Daraus ergeben sich im Anschluss an die kleine Arithmetik, die in Toth (2009b) präsentiert wurde, folgende Ergänzungen:

$$\emptyset_M + M_{\emptyset} = \emptyset \rightarrow | \leftarrow \emptyset \quad M_{\emptyset} + \emptyset_M = \leftarrow \emptyset | \emptyset \rightarrow$$

$$\emptyset_M + O_{\emptyset} = \emptyset \rightarrow | \leftarrow \emptyset \rightarrow \quad O_{\emptyset} + \emptyset_M = \leftarrow \emptyset \rightarrow | \emptyset \rightarrow$$

$$\emptyset_M + I_\emptyset = \emptyset \rightarrow | \rightarrow \emptyset \quad I_\emptyset + \emptyset_M = \rightarrow \emptyset | \emptyset \rightarrow$$

$$\emptyset_0 + M_\emptyset = \rightarrow \emptyset \leftarrow | \leftarrow \emptyset \quad M_\emptyset + \emptyset_0 = \leftarrow \emptyset | \rightarrow \emptyset \leftarrow$$

$$\emptyset_0 + O_\emptyset = \rightarrow \emptyset \leftarrow | \leftarrow \emptyset \rightarrow \quad O_\emptyset + \emptyset_0 = \leftarrow \emptyset \rightarrow | \rightarrow \emptyset \leftarrow$$

$$\emptyset_0 + I_\emptyset = \rightarrow \emptyset \leftarrow | \rightarrow \emptyset \quad I_\emptyset + \emptyset_0 = \rightarrow \emptyset | \rightarrow \emptyset \leftarrow$$

$$\emptyset_1 + M_\emptyset = \emptyset \leftarrow | \leftarrow \emptyset \quad M_\emptyset + \emptyset_1 = \leftarrow \emptyset | \emptyset \leftarrow$$

$$\emptyset_1 + O_\emptyset = \emptyset \leftarrow | \leftarrow \emptyset \rightarrow \quad O_\emptyset + \emptyset_1 = \leftarrow \emptyset \rightarrow | \emptyset \leftarrow$$

$$\emptyset_1 + I_\emptyset = \emptyset \leftarrow | \rightarrow \emptyset \quad I_\emptyset + \emptyset_1 = \rightarrow \emptyset | \emptyset \leftarrow$$

Dies sind also sämtliche möglichen Annäherungen an die das semiotische Nichts vertretenden Nullzeichen sowohl von den Zeichenklassenstrukturen (dem Subjektpol) als auch von den Realitätsthematikenstrukturen (dem Objektpol) her. Die Abwesenheit von Zeichen ist damit abhängig von der Subjekt- und Objekt-position.

Bibliographie

Toth, Alfred, Die Auslöschung der semiotischen Substanz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Kategorien aus Objekten und Spuren aus Kategorien. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Kleine Arithmetik der Zeichen- und Objektspuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

20. Die Positionen des Nullzeichens innerhalb der erweiterten Peirceschen Zeichenrelation

1. Das Nullzeichen, $\emptyset.d$ ($d \in \{.1, .2, .3\}$) bzw. $\text{dual } \times(\emptyset.d) = d.\emptyset$, ergibt sich aus der Bildung der Potenzmenge zur Menge der Peirceschen Zeichenrelation

$$\text{ZR} = (M, O, I),$$

d.h.

$$\mathbb{P}\text{ZR} = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}, \emptyset\}$$

auf natürlichem Wege. Intuitiv können mit Nullzeichen z.B. „abwesende“ Zeichen wie das (plötzliche) Fehlen eines Eherings am Finger einer als verheiratet bekannten Person, die bei nächtlichem Vandalenakt beseitigte Ampel an einer Strassenkreuzung oder auch die durch das Unbekanntwerden einer Schrift durch jahrhundertelange Nichtbenützung unverständliche Inschrift usw. erfasst werden. Da Nullzeichen wie die drei basalen Fundamentalkategorien trichotomisch untergliedert sind, setzt $\mathbb{P}\text{ZR}$ eine tetradisch-trichotomische Zeichenrelation voraus, die wir erweiterte Peircesche Zeichenrelation nennen und durch

$$\text{ZR}^+ = (M, O, I, \emptyset)$$

bezeichnen.

2. Die Frage, die sich erhebt, ist allerdings die der Position des Nullzeichens innerhalb von ZR^+ . Da $\emptyset.d$ bzw. $d.\emptyset$ 0-stellig sind, ist sie prinzipiell frei, im Gegensatz zu den Stellungen der drei Fundamentalkategorien, die allerdings permutiert werden können (vgl. Toth 2008, S. 177 ff.). Damit ergeben sich folgende 4 möglichen Positionen:

1. (3.a 2.b 1.c $\emptyset.d$)

2. (3.a 2.b $\emptyset.d$ 1.c)

3. (3.a $\emptyset.d$ 2.b 1.c)

4. ($\emptyset.d$ 3.a 2.b 1.c).

3. Da eine tetradische Zeichenklasse über $4! = 24$ Permutationen verfügt, kann also ZR+ auf 24 verschiedene kombinatorische Weisen dargestellt werden:

$$1. (3.a \ 2.b \ 1.c \ \emptyset.d) \times (d.\emptyset \ c.1 \ b.2 \ a.3)$$

$$(3.a \ 1.c \ 2.b \ \emptyset.d) \times (d.\emptyset \ b.2 \ c.1 \ a.3)$$

$$(2.b \ 3.a \ 1.c \ \emptyset.d) \times (d.\emptyset \ c.1 \ a.3 \ b.2)$$

$$(2.b \ 1.c \ 3.a \ \emptyset.d) \times (d.\emptyset \ a.3 \ c.1 \ b.2)$$

$$(1.c \ 3.a \ 2.b \ \emptyset.d) \times (d.\emptyset \ b.2 \ a.3 \ c.1)$$

$$(1.c \ 2.b \ 3.a \ \emptyset.d) \times (d.\emptyset \ a.3 \ b.2 \ c.1)$$

$$2. (3.a \ 2.b \ \emptyset.d \ 1.c) \times (c.1 \ d.\emptyset \ b.2 \ a.3)$$

$$(3.a \ 1.c \ \emptyset.d \ 2.b) \times (b.2 \ d.\emptyset \ c.1 \ a.3)$$

$$(2.b \ 3.a \ \emptyset.d \ 1.c) \times (c.1 \ d.\emptyset \ a.3 \ b.2)$$

$$(2.b \ 1.c \ \emptyset.d \ 3.a) \times (a.3 \ d.\emptyset \ c.1 \ b.2)$$

$$(1.c \ 3.a \ \emptyset.d \ 2.b) \times (b.2 \ d.\emptyset \ a.3 \ c.1)$$

$$(1.c \ 2.b \ \emptyset.d \ 3.a) \times (a.3 \ d.\emptyset \ b.2 \ c.1)$$

$$3. (3.a \ \emptyset.d \ 2.b \ 1.c) \times (c.1 \ b.2 \ d.\emptyset \ a.3)$$

$$(3.a \ \emptyset.d \ 1.c \ 2.b) \times (b.2 \ c.1 \ d.\emptyset \ a.3)$$

$$(2.b \ \emptyset.d \ 3.a \ 1.c) \times (c.1 \ a.3 \ d.\emptyset \ b.2)$$

$$(2.b \ \emptyset.d \ 1.c \ 3.a) \times (a.3 \ c.1 \ d.\emptyset \ b.2)$$

$$(1.c \ \emptyset.d \ 3.a \ 2.b) \times (b.2 \ a.3 \ d.\emptyset \ c.1)$$

$$(1.c \ \emptyset.d \ 2.b \ 3.a) \times (a.3 \ b.2 \ d.\emptyset \ c.1)$$

4. (\emptyset .d 3.a 2.b 1.c) \times (c.1 b.2 a.3 d. \emptyset)
- (\emptyset .d 3.a 1.c 2.b) \times (b.2 c.1 a.3 d. \emptyset)
- (\emptyset .d 2.b 3.a 1.c) \times (c.1 a.3 b.2 d. \emptyset)
- (\emptyset .d 2.b 1.c 3.a) \times (a.3 c.1 b.2 d. \emptyset)
- (\emptyset .d 1.c 3.a 2.b) \times (b.2 a.3 c.1 d. \emptyset)
- (\emptyset .d 1.c 2.b 3.a) \times (a.3 b.2 c.1 d. \emptyset)

4. Da, wie bereits gesagt, \emptyset .d eine dreifache trichotomische Untergliederung besitzt wie die drei übrigen Kategorien, ergibt sich ein Total von 15 tetradisch-trichotomischen Dualsystemen über ZR^+ :

1. (3.1 2.1 1.1 \emptyset .1) \times (1. \emptyset 1.1 1.2 1.3)
2. (3.1 2.1 1.1 \emptyset .2) \times (2. \emptyset 1.1 1.2 1.3)
3. (3.1 2.1 1.1 \emptyset .3) \times (3. \emptyset 1.1 1.2 1.3)
4. (3.1 2.1 1.2 \emptyset .2) \times (2. \emptyset 2.1 1.2 1.3)
5. (3.1 2.1 1.2 \emptyset .3) \times (3. \emptyset 2.1 1.2 1.3)
6. (3.1 2.1 1.3 \emptyset .3) \times (3. \emptyset 3.1 1.2 1.3)
7. (3.1 2.2 1.2 \emptyset .2) \times (2. \emptyset 2.1 2.2 1.3)
8. (3.1 2.2 1.2 \emptyset .3) \times (3. \emptyset 2.1 2.2 1.3)
9. (3.1 2.2 1.3 \emptyset .3) \times (3. \emptyset 3.1 2.2 1.3)
10. (3.1 2.3 1.3 \emptyset .3) \times (3. \emptyset 3.1 3.2 1.3)
11. (3.2 2.2 1.2 \emptyset .2) \times (2. \emptyset 2.1 2.2 2.3)
12. (3.2 2.2 1.2 \emptyset .3) \times (3. \emptyset 2.1 2.2 2.3)
13. (3.2 2.2 1.3 \emptyset .3) \times (3. \emptyset 3.1 2.2 2.3)

14. (3.2 2.3 1.3 \emptyset .3) \times (3. \emptyset 3.1 3.2 2.3)

15. (3.3 2.3 1.3 \emptyset .3) \times (3. \emptyset 3.1 3.2 3.3)

5. Total ergibt sich also durch Hinzunahme des Nullzeichens zur Menge der Peirceschen Fundamentalkategorien bzw. durch seine Einbettung in die triadische Zeichenrelation ein semiotisches System von 15 mal 24 = 360 Dualsystemen, d.h. 360 tetradischen Zeichenklassen und 360 ihnen duale Realitätsthematiken.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

21. Die Semiotik und die natürlichen Zahlen

1. Nach Bense (1975, S. 171) kann „die Explikation des Axiomensystems der natürlichen Zahlen als verallgemeinerte Nachfolgerrelation im Sinne des semiotischen Repräsentationsschemas der universalkategorisch fundierten und geordneten triadischen Zeichenrelation gewonnen“ werden. Ferner hatte Bense (1983, S. 192 ff.) den Zusammenhang zwischen den Peano-Axiomen, den Peirceschen „Axioms of Numbers“ und der generativ-semiotischen Relation der „Primzeichen“ hergestellt (vgl. ausserdem Bense 1980).

Wenn man sich nur an die obigen Angaben hält, müsste man denken, die Semiotik sei jener Teil der Mathematik, der ausschliesslich auf natürlichen Zahlen beruhe, d.h. die Arithmetik und die Zahlentheorie sowie einzelne Teile weiterer Gebiete umfasse, und der grosse Unterschied zwischen Mathematik und Semiotik beruhe einzig darauf, dass der Zeichenbegriff zusätzlich zum Zahlenwert (M) noch Bedeutung (M \rightarrow O) sowie Sinn (O \rightarrow I) enthalte. Semiotik, so besehen, wäre jenes Teilgebiet der Mathematik, in dem mit Sinn und Bedeutung gerechnet wird (und hierzu erstaunlicherweise nur der drei ersten natürlichen Zahlen bedarf). Gemäss der Einführung der Primzeichen durch Bense (1980) wäre dies demnach nur bei den positiven ganzen Zahlen möglich.

2. Nach Bense (1979, S. 67) gilt aber ferner: „Das vollständige Zeichen ist eine triadische Relation von wiederum drei relationalen Gliedern, deren erstes, das Mittel, monadisch (einstellig), deren zweites, der Objektbezug, dyadisch (zweistellig), und deren drittes, der Interpretant, triadisch (dreistellig) gebaut ist“. Die Peircesche Zeichenrelation kann demnach wie folgt dargestellt werden:

$$ZR = (M, (M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I)),$$

d.h. M ist als 1-stellige Relation monadisch. O ist hingegen als 2-stellige Relation dyadisch, d.h. wegen $(M \rightarrow O)$, und I ist ferner als 3-stellige Relation triadisch, d.h. wegen $(M \rightarrow O \rightarrow I)$. Allerdings ergibt sich hier ein erstes Problem, denn die Triade, d.h. genauer: die triadische Partialrelation $(M \rightarrow O \rightarrow I)$ ist ein verstecktes Konkatenat aus einer monadischen und einer dyadischen Relation:

$$(M \rightarrow O \rightarrow I) = (M) \circ (M \rightarrow O).$$

Das bedeutet aber, dass einen nichts daran hindert, in dem Ausdruck

$$ZR = (M, (M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))$$

das O wiederum als Abkürzung für die dyadische Relation $(M \rightarrow O)$ aufzufassen und in der 3. Partialrelation einzusetzen:

$$ZR = (M, (M \rightarrow O), (M \rightarrow (M \rightarrow O) \rightarrow I)),$$

wiederholtes Einsetzen ergibt z.B.

$$ZR = (M, (M \rightarrow O), (M \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)))) \rightarrow I)) \dots,$$

d.h. Benses Zeichendefinition führt automatisch zu einem unendlichen Regress wegen der dyadischen Partialrelation der triadischen Partialrelation, d.h. wir bekommen hier Partialrelationen von Partialrelationen von Partialrelationen

Wenn wir aber andererseits die Korrespondenz der Primzeichen und der Peanozahlen nehmen und schreiben

$$ZR = (M, (M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I)) = (n, \sigma(n), \sigma\sigma(n)),$$

dann bekommen wir eine falsche Gleichung, denn es ist zwar bei den Peanozahlen

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 2 = 3,$$

aber ist aber NICHT bei den Primzeichen

$$M + M = O$$

$$M + O = I,$$

und zwar nicht deshalb nicht, weil die Primzeichen quantitativ-qualitative Zahlen sind und somit nicht mit den Gesetzen der natürlichen Zahlen berechnet werden können, sondern weil die „Peirce-Zahlen“, wie ich sie einmal genannt habe, relationale Zahlen sind, die Peano-Zahlen aber nicht.

3. Wir kommen also zum vorläufigen Schluss, dass entweder die Äquivalenz der Peirce-Zahlen (Benses Primzeichen) mit den Peano-Zahlen (Kap. 1) oder die verschachtelte Relation der Definition der Zeichenrelation durch Peirce (Kap. 2) falsch ist, denn beide Konzeptionen sind miteinander nicht vereinbar. Es gibt aber noch ein weiteres Problem, nämlich die unterschiedliche arithmetische Behandlung der Triaden und Trichotomien, denn es gilt zwar für die Triaden (TdPZ bedeute triadischen Peirce-Zahlen) die transitive Inklusionsrelation aus Kap. 2:

$$\text{TdPZ} = (1 < 2 < 3) = (1 \subset 2 \subset 3),$$

für die Trichotomien bzw. die trichotomischen Peirce-Zahlen (TtPZ) gilt jedoch

$$\text{TtPZ} (1 \leq 2 \leq 3) = (1 \subseteq 2 \subseteq 3)$$

(vgl. z.B. Walther 1979, S. 79). Würde nämlich die irreflexive und symmetrische Relation $<$ anstatt der Halbordnung nicht nur für Triaden, sondern auch für Trichotomien angewandt, so käme man auf ein semiotisches System von nur zwei Zeichenrelationen:

(3.1 2.2 1.3)

(3.3 2.2 1.1),

wobei sogar streng genommen nur die letztere in der folgenden Ordnung

(1.1 2.2 3.3)

statthaft wäre. Aber selbst in diesem Fall müsste noch festgelegt werden, wie die vermittelnde Ordnung (VO) zwischen den triadischen und den trichotomischen Peirce-Zahlen zu sein hat. Theoretisch gibt es folgende Kombinationen

TdPZ: 1 < 2 < 3

VO = = =

TtPZ: 1 < 2 < 3

TdPZ: 1 < 2 < 3

VO < < <

TtPZ: 2 < 3 < ?

Wie man sieht, entfällt die letzte VO, da die Peanozahl 4 in der Menge der Peirce-Zahlen nicht definiert ist. Wir bräuchten also entweder

TdPZ: 1 < 2 < 3

VO < < =

TtPZ: 2 < 3 < 3

oder

TdPZ: 1 < 2 < 3

VO < < >

TtPZ: 2 < 3 < 2

bzw.

TdPZ: 1 < 2 < 3

VO < < >

TtPZ: 2 < 3 < 1

Kurz gesagt, wenn sowohl TdPZ als auch TtPZ die Ordnung $<$ aufweisen, dann muss VO entweder $(===)$, $(==<)$, $(=<<)$, $(<<<)$, $(=<=)$ $(<==)$, $(<<=)$, oder $(<=<)$, sein. Es ist also so, dass dann, wenn die Ordnung $<$ zwar für TdPZ, nicht jedoch auch für TtPZ gilt, wir eines dritten semiotischen Zahlensystems, der Vermittlungszahlen zwischen TdPZ und TtPZ, bedürfen.

4. Gelten jedoch nebeneinander die beiden arithmetischen Ordnungen

TdPZ: $(<, \mathbb{N})$

TtPZ: (\leq, \mathbb{N}) ,

dann stellen die beiden Peirce-Zahlen folgende Ausschnitte aus \mathbb{N} dar:

TdPZ = 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

TtPZ = 1, 1/2, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6, ...,

so dass die Peano-Axiome also für TdPZ, nicht aber für TtPZ geltn.

Gilt jedoch stattdessen die transitive Mengeninklusion \subseteq , dann ist diese, wie man nun erkennt, mit TtPZ, nicht aber, wie bereits oben bemerkt, mit TdPZ, vereinbar. In diesem Fall aber muss das Zeichen neu definiert werden, und zwar wie folgt:

ZR = (a.b c.d e.f)

mit $a \leq c \leq e$ (TdPZ) und $b \leq d \leq f$ (TtPZ). Das ist aber dasselbe wie

$ZR_{\leq} = ((a \leq b) \leq (c \leq d) \leq (e \leq g))$,

d.h. das Zeichen ist nun eine total geordnete lineare Ordnung, d.h. eine Kette (vgl. z.B. Erné 1982, S. 46) von Peirce-Zahlen, die nun natürlich nicht mehr in triadische

einerseits und trichotomische andererseits aufgeteilt werden müssen, sondern wirklich eine Teilmenge der Natürlichen Zahlen sind. Durch ZR_{\leq} werden ferner genau die 10 Zeichenrelationen erzeugt, welche als die Peirceschen Zeichenklassen bekannt sind, und nicht alle $3^3 = 27$ theoretisch möglichen.

Wenn wir \mathbb{P} für Peirce-Zahlen schreiben, dann gilt also

$$\mathbb{P} \in \mathbb{N}.$$

Im Rahmen von ZR_{\leq} gelten dann natürlich alle für (\mathbb{N}, \leq) geltenden Rechenoperationen (vgl. Landau 1930, Kap. 1, § 3).

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen: In: *Ars Semeiotica* 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Erné, Marcel, Einführung in die Ordnungstheorie. Mannheim 1982

Landau, Edmund, Grundlagen der Analysis. Göttingen 1930

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Auf. Stuttgart 1979

22. Triadische und trichotomische Peirce-Zahlen und Vermittlungszahlen

1. In Toth (2009) waren wir zum Schluss gekommen, dass die Definition der triadischen Peirce-Zahlen durch

$$TdP = 1 < 2 < 3$$

und die Definition der trichotomischen Peirce-Zahlen durch

$$TtP = 1 \leq 2 \leq 3$$

nicht miteinander kompatibel sind und dass ferner TdP der weiteren Definition des Peirceschen Zeichens als Mengeninklusionsschemas widerspricht. Wir schlossen, dass es nur eine Sorte von Peirce-Zahlen gibt, für dessen Glieder die totale lineare Ordnung von TtP für sämtliche Peirce-Zahlen verallgemeinert werden muss, so dass $\mathbb{P} \in \mathbb{N}$ gilt.

2. Trotzdem ist es in der Praxis so, dass die triadischen und die trichotomischen Werte einer Zeichenklasse unabhängig voneinander bestimmt werden. Während sich nun für die TdP eine konstante Ordnung $1 > 2 > 3$ ergibt, ist dies 1. für TtP nicht der Fall, und 2. kommen hier sog. Vermittlungszahlen hinzu, welche zwischen der TtP(n) und der TdP(n+1) eine zusätzliche Relation etablieren.

2.1. Die trichotomischen Peirce-Zahlen innerhalb von Zeichenklassen

- | | |
|------------------|-------------------|
| 1. (3.1 2.1 1.1) | 6. (3.1 2.3 1.3) |
| TtP: $1 = 1 = 3$ | TtP: $1 < 3 = 3$ |
| 2. (3.1 2.1 1.2) | 7. (3.2 2.2 1.2) |
| TtP: $1 = 1 < 2$ | TtP: $2 = 2 = 2$ |
| 3. (3.1 2.1 1.3) | 8. (3.2 2.2 1.3) |
| TtP: $1 = 1 < 3$ | TtP: $2 = 2 < 3$ |
| 4. (3.1 2.2 1.2) | 9. (3.2 2.3 1.3) |
| TtP: $1 < 2 = 2$ | TtP: $2 < 3 = 3$ |
| 5. (3.1 2.2 1.3) | 10. (3.3 2.3 1.3) |
| TtP: $1 < 2 < 3$ | TtP: $3 = 3 = 3$ |

2.2. Die triadisch-trichotomischen Vermittlungszahlen zwischen den Dyaden von Zeichenklassen bzw. deren Ordnung:

1. $(1 = 1) < (2 > 1) < (3 > 1)$
2. $(1 < 2) = (2 > 1) < (3 > 1)$

3. $(1 < 3) > (2 > 1) < (3 > 1)$
4. $(1 < 2) = (2 = 2) < (3 > 1)$
5. $(1 < 3) > (2 = 2) < (3 > 1)$
6. $(1 < 3) = (2 < 3) = (3 > 1)$
7. $(1 < 2) = (2 = 2) < (3 > 2)$
8. $(1 < 3) > (2 = 2) < (3 > 2)$
9. $(1 < 3) > (2 < 3) = (3 > 2)$
10. $(1 < 3) > (2 < 3) = (3 = 3)$

Wir kommen also zum Schluss, dass zwar $\mathbb{P} \in \mathbb{N}$ gilt, dass aber Peirce-Zahlen im Gegensatz zu natürlichen Zahlen in dreifacher Form auftreten, nämlich als triadische ($Td^{\mathbb{P}}$), trichotomische ($Tt^{\mathbb{P}}$) und als vermittelnde ($V^{\mathbb{P}}$) Peirce-Zahlen. Diese Dreiergliederung ist für die natürlichen Zahlen ebenso sinnlos, wie es sinnlos ist, sie etwa zu einer Relation wie (3.1 2.1 1.3) zu gliedern, es sei denn, diese werde durch Angaben zur Qualität (Erstheit, Zweitheit, Drittheit) spezifiziert. Bei den Peirce-Zahlen wird also ihre dreifache Erscheinungsform, d.h. ihre Gruppierung zu geordneten Paaren und Tripeln sowie der Zusammenhang zwischen ihnen durch Qualitäten bestimmt, obwohl die Peirce-Zahlen an sich rein quantitativ sind und damit denselben elementaren Rechenregeln unterliegen wie die positiven ganzen Zahlen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Die Semiotik und die natürlichen Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (erscheint, 2009)

23. Semiotische Limeszahlen

1. Eine Menge m aller (kleineren) Ordinalzahlen hat entweder ein grösstes Element k , dann gilt zwangsläufig $n = k+$, und n heisst Nachfolgerzahl. Oder m hat kein grösstes Element, in diesem Fall gilt $n = \cup m$ (Erné 1982, S. 274). Die letztere Zahl wird Limeszahl genannt.

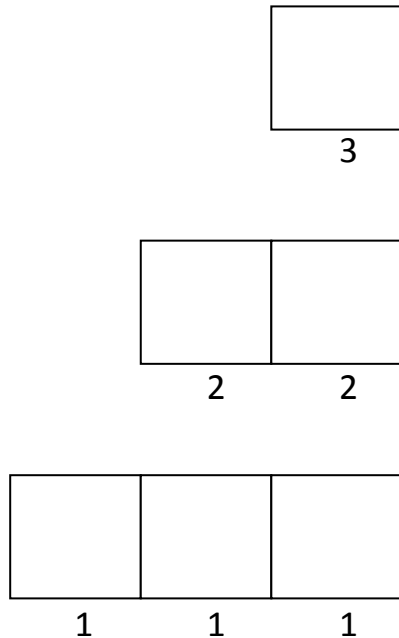
Bei Peirce ist es nun so, dass er, ohne allerdings eine entsprechende Grenzzahl einzuführen, ganz offenbar die Drittheit seiner Zeichenrelation als „Grenzrelation“ im Sinne hatte: „Und die Analyse wird zeigen, dass jede Relation, die tetradisch, pentadisch oder von irgendeiner höheren Anzahl von Korrelaten ist, nichts anderes als eine Zusammensetzung von triadischen Relationen ist. Es ist daher nicht überraschend, wenn man findet, dass ausser den drei Elementen der Erstheit, Zweitheit und Drittheit nichts anderes im Phänomen zu finden ist' (1.347)“ (Walther 1989, S. 298). Wie bereits in Toth (2007, S. 178 ff.) angedeutet, werde ich diesem Aufsatz zeigen, dass die Behauptung von Peirce – und auch diejenige in seinem Anschluss von Marty (1980) falsch ist.

In diesem Zusammenhang möchte ich, nicht nur der Vollständigkeit halber, auch noch auf eine in der Semiotik konsequent übersehene Feststellung Gotthard Günthers in Bezug auf Peirce Triadismus aufmerksam machen: „Höchst wesentlich aber war für Peirce seine Weigerung, über die Triadenlogik hinauszugehen. Zwar hatte er mit dem Vf. [G.G.] das gemeinsam, dass beide von der Voraussetzung ausgehen, dass die zweiwertige Logik der Dualitäten nicht ausreichend sei, unsere rationalen Bedürfnisse zu befrieden, aber Peirce schneidet sich weitere Erwägungen dann selbst mit der bündigen Feststellung ab: ‚Triadic logic is universally true‘ (...). Die klassische Logik lässt nach Peirce noch ein Unsicherheitsmoment zu, welches dann im Triadischen beseitigt wird. Die Analogie zur göttlichen Trinität und der Allweisheit eines absoluten Bewusstseins ist unverkennbar“ (Günther 1978, S. vii f.).

2. Nach Bense (1979, S. 53, 67) ist das Peircesche Zeichen definiert als eine triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation:

$$Z = {}^3R({}^1R, {}^2R, {}^3R) = R(M, O, I) = ((M), ((M \rightarrow O), O \rightarrow I)).$$

Man kann diesen Sachverhalt sehr gut in einem treppenartigen Modell darstellen:



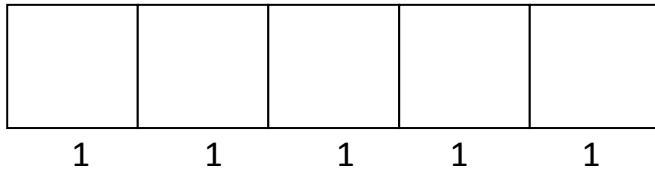
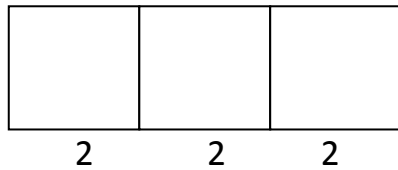
Jede Kategorie funktioniert zwar insofern unabhängig, als keine höhere direkt über ihr liegt, andererseits ist sie aber auch mengeninklusiv in alle kleineren Kategorien eingebettet, d.h. es gilt $1 \subset 2 \subset 3$, wobei $(2 \subset 3)$ näher bei 3 liegt als $(1 \subset 2)$. Vgl. nun den Bau einer Zeichenklasse und die Unterscheidung triadischer und trichotomischer Peirce-Zahlen in Toth (2009a)

$$\text{Zkl} = \left(3. \begin{Bmatrix} .3 \\ .2 \\ .1 \end{Bmatrix} 2. \begin{Bmatrix} .3 \\ .2 \\ .1 \end{Bmatrix} 1. \begin{Bmatrix} .3 \\ .2 \\ .1 \end{Bmatrix} \right)$$

und vergleicht sie mit dem Bau ihrer zugehörigen dualen Realitätsthematik

$$\text{Rth} = \left(1. \begin{Bmatrix} .1 \\ .2 \\ .3 \end{Bmatrix} 2. \begin{Bmatrix} .1 \\ .2 \\ .3 \end{Bmatrix} 3. \begin{Bmatrix} .1 \\ .2 \\ .3 \end{Bmatrix} \right)$$

dann erkennt man, dass die Trichotomien oder Stellenwerte der Zeichenklassen nichts anderes sind als die Triaden oder Hauptwerte der Realitätsthematiken, weshalb man zur vollständigen Behandlung nicht nur der triadischen, sondern auch der trichotomischen Peirce-Zahlen das obige Treppenmodell zur folgenden Doppeltreppe spiegeln muss:



3. Für die von Bense ausdrücklich als „ordinale“ Primzeichen – in Analogie zu Primzahlen gebildet – eingeführten Fundamentalkategorien (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) gelten nun die meisten der für gewöhnliche Ordinalzahlen gültigen Operationen nicht – und zwar im Widerspruch zum „Nachweis“ Benses, dass die Nachfolgerrelation der Primzeichen isomorph ist zur Nachfolgerrelation der natürlichen Zahlen (Bense 1975, S. 167 ff., 1983, S. 192 ff.), vgl. Toth (2009b). So haben wir z.B. bei den triadischen (links) und bei den trichotomischen (rechts) Peirce-Zeichen

$$(1.) + (1.) \neq (2.)$$

$$(1.) + (1.) \neq (2.)$$

$$(1.) + (1.) + (1.) \neq (3.)$$

$$(1.) + (1.) + (1.) \neq (3.)$$

$$(1.) + (2.) \neq (3.)$$

$$(1.) + (2.) \neq (3.)$$

$$(2.) + (1.) \neq (3.)$$

$$(2.) + (1.) \neq (3.)$$

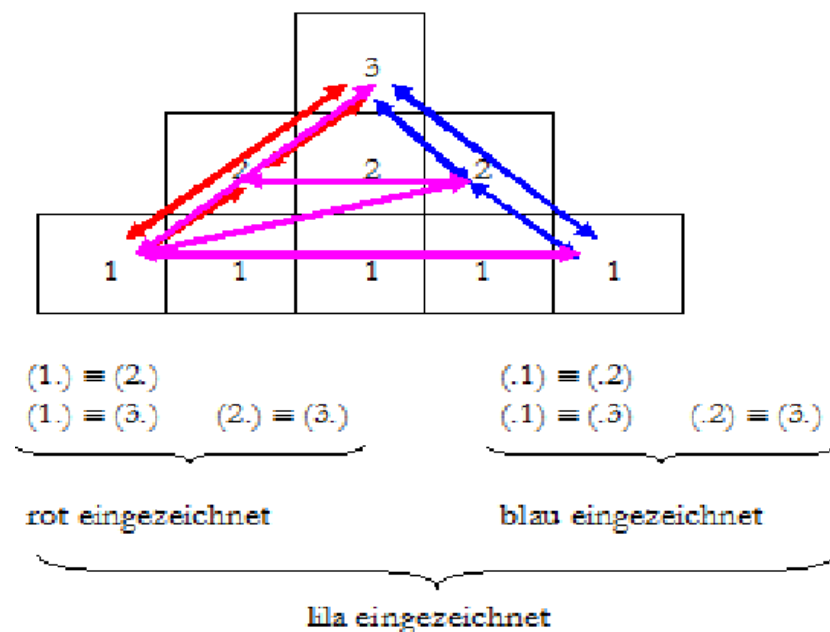
Umgekehrt kann man aber mit Hilfe der ordinalen Peirce-Zahlen Operationen durchführen, für die es in der üblichen Ordinalzahlarithmetik keine Parallelen gibt, vgl. etwa die bereits bei Walther (1979, S. 76 u. 120) gezeigten verschiedenen Typen von Superisationen, vgl. dazu ausführlich meine „Allgemeine Zeichengrammatik“ (Toth 2008). So gibt es z.B. die folgenden Basis-Superisationstypen

$$(1.) \equiv (2.)$$

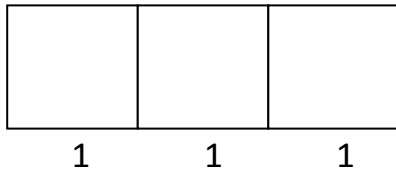
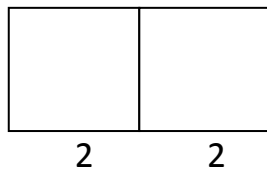
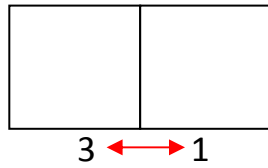
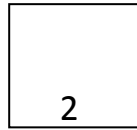
$$(.1) \equiv (.2)$$

$$(1.) \equiv (3.) \quad (2.) \equiv (3.) \quad (.1) \equiv (.3) \quad (.2) \equiv (.3.)$$

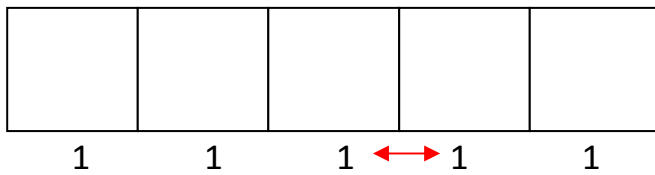
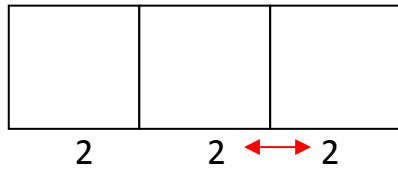
sowie Kombinationen zwischen triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen. Man kann die angeführten Superisationsoperationen wie folgt mit dem Treppenmodell darstellen:



Gilt also etwa in einer Zeichenverbindung $I1 \equiv M2$, kann man dies wie folgt darstellen:

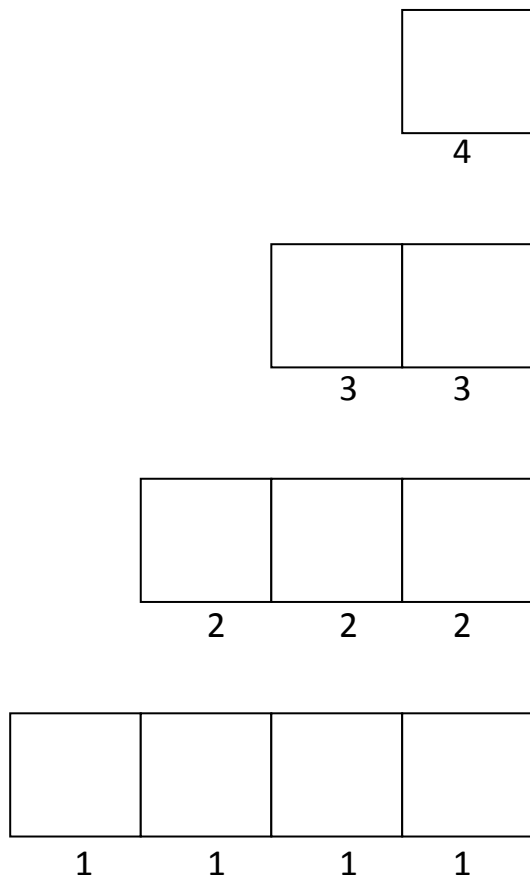


In komplexeren Fällen, wie etwa den von Bense (1975, S. 79) selbst auf andere Weise dargestellten Verknüpfungen $(O1 \equiv O2) \wedge (M1 \equiv M2)$ sieht das im ökonomischen Fall wie folgt aus:



(Wie viele Darstellungsmöglichkeiten gibt es total? Welche Rolle spielt die Zeichen-Dimension bei der Ökonomie der Darstellung?)

4.1. Nun kann man sich natürlich, rein theoretisch wenigstens, ohne Probleme ein Gebilde wie das folgende, analog zu den „gewöhnlichen“ Ordinalzahlen gebildete, vorstellen:



also das Inklusionsschema einer tetradischen Zeichenrelation. Ein solches Schema wurde bisher deshalb nicht konstruiert, weil man dem Peirceschen „Beweis“ glaubte, jede n -adische Relation mit $n > 3$ können aus triadischen, dyadischen und monadischen Relationen zusammengesetzt werden. Das funktioniert zwar, wenn man von den semiotischen Funktionen dieser $n \leq 3$ -stelligen Relationen absieht, d.h. aber die Relationen als reine Mittelbezüge behandelt, allerdings wurden diese aber ja gerade wegen dieser Funktionen eingeführt, die in der Semiotik mit Bezeichnungs-, Bedeutungs- und Gebrauchsfunktion bezeichnet werden (vgl. Walther 1979, S. 113 ff.). Nur schon die in Toth (2009c) eingeführte tetradische erweiterte Peircesche Zeichenrelation

$$ZR_+ = (M, O, I, \emptyset),$$

deren eingebettetes Nullzeichen zwangslos aus der Bildung der Potenzmenge über der Peirceschen Menge der Fundamentalkategorien $\{M, O, I\}$ folgt, sollte

eigentlich zu denken geben, denn \emptyset ist eine 0-stellige Relation und keine 4-stellige. Wie also sollte man ZR^+ als Konkatenation von Triaden, Dyaden und Monaden darstellen können?

4.2. Es gibt aber noch wesentlich wichtigere Gründe, warum eine Dekomposition n-adischer Relation mit $n > 3$ nicht möglich ist, denn wie in Toth (2007, S. 178 ff.) gezeigt worden war, weisen höhere als triadische Relationen in ihren thematisierten Realitäten Strukturen auf, welche in niedrigeren Relation entweder gar nicht oder erst marginal auftreten. Um einen detaillierten Einblick zu ermöglichen, bringe ich hier die zusammenfassende Klassifikation der strukturellen thematisierten Realitäten für 3-adische, 4-adische, 5-adische und 6-adische Semiotiken:

4.3. Für die **triadische Semiotik** können wir damit folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Thematisationsrichtung:

$X^m Y^n$ mit $X \in \{1, 2, 3\}$, wobei $X = Y$ erlaubt und $m, n \in \{1, 2\}$ mit $X^m \rightarrow Y^n$, falls $m > n$ bzw. $X^m \leftarrow Y^n$, falls $m < n$. (Der Fall $m = n$ tritt nicht auf.)

2. Mehrdeutige Thematisierungen und Thematisationsrichtungen gibt es bei den $HZkln \times HRthn$ 1, 7 und 10. Bei 1 und 10 könnte man aus strukturellen Gründen Links- bzw. Rechtsthematisierung stipulieren; dies ist jedoch bei 7 nicht möglich. Also gibt es keine einheitlichen Thematisationsrichtungen bei den homogenen Thematisierungen, d.h. bei den $HZkln \times HRthn$.

3. Triadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten:

$$\begin{array}{l}
 5. \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad \underline{3.1} \quad \underline{2.2} \quad 1.3 \quad 3^1 2^1 \rightarrow 1^1 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \underline{3.1} \quad 2.2 \quad \underline{1.3} \quad 3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 3.1 \quad \underline{2.2} \quad \underline{1.3} \quad 3^1 \leftarrow 2^1 1^1
 \end{array}$$

4. Einzig bei der triadischen Realität tritt ein von allen übrigen strukturellen Realitäten abweichender Thematisierungstyp auf, den ich "Sandwich-Thematisierung" nennen möchte:

$$\underline{3.1} \quad 2.2 \quad \underline{1.3} \quad 3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$$

4.4. Für die **tetradische Semiotik** können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Bei den triadischen Thematisierungen treten erstmals solche vom Typ $X^m Y^m \leftarrow Z^{2m}$ bzw $Z^{2m} \rightarrow X^m Y^m$ auf. Hier wurde die Thematisierungsrichtung gemäss der grössten Frequenz einer einzelnen Kategorie festgelegt.
2. Während die Sandwiches der dyadischen Thematisierungen vom Typ $X^m \leftrightarrow Y^m$ sind, sind diejenigen der triadischen Thematisierungen vom Typ $X^m \leftarrow Y^{2m} \rightarrow Z^m$. Da man sich auch eine (in der pentadischen Semiotik tatsächlich auftretende) Struktur $X^m \rightarrow Y^{2m} \leftarrow Z^m$ denken kann, nannten wir die erste zentrifugal und nennen wir die zweite zentripetal.
3. Tetradische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten. Rein theoretisch sind folgende 10 Thematisierungstypen möglich:

$$15 \quad 3.0 \quad 2.1 \quad 1.20.3 \quad \times \quad \underline{3.02.11.20.3} \quad 3^1 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$$

$$\underline{3.02.11.20.3} \quad 3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$$

$$\underline{3.02.11.20.3} \quad 3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1$$

$$3.02.11.20.3 \quad 3^1 \leftarrow 2^1 1^1 0^1$$

$$3.02.11.20.3 \quad 3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1$$

$$3.02.11.20.3 \quad 3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$$

$$\underline{3.02.11.20.3} \quad 3^1 \rightarrow 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$$

$$3.02.11.20.3 \quad 3^1 \leftarrow 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$$

$$3.02.11.20.3 \quad 3^1 \leftarrow 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$$

3.02.11.20.3 $3^1 2^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 0^1$

Man könnte die Regel aufstellen: $X^m Y^m Z^m \rightarrow A^m$ wegen $3m > m$. Dann würden die Typen $3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1$ und $3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$ als regelwidrig entfallen. Unklar bleiben dann aber immer noch $3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$ und $3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1$. Von den vier Sandwiches sind die beiden letzten rechts- bzw. links-mehrfach.

4.5. Für die **pentadische Semiotik** können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Neben dyadischen und triadischen treten erwartungsgemäss nun tetradische Thematisierungstypen auf.
2. Bei den triadischen Thematisierungen tauchen Typen der Form $X^m Y^m \leftarrow Z^n$ bzw. $Z^n \rightarrow X^m Y^m$ mit $n \leq 3$ auf. An Sandwich-Thematisierungen erscheinen nun zentrifugale der Form $X^m \leftarrow Y^n \rightarrow Z^m$ neben zentripetalen der Form $X^m \rightarrow Y^n \leftarrow Z^m$.
3. Bei den tetradischen Thematisierungen treten Typen der Form $X^m Y^m Z^m \leftarrow A^n$ bzw. $A^n \rightarrow X^m Y^m Z^m$ auf. Als neuer Typ von Sandwich-Thematisierungen erscheinen links-mehrfache Sandwiches der Form $X^m Y^m \leftarrow A^n \rightarrow Z^m$ sowie rechts-mehrfache der Form $X^m \leftarrow A^n \rightarrow Y^m Z^m$, die bereits in der tetradischen Realität der Tetratomischen Tetraden erstmals auftauchten.
4. Pentadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.
5. Als wichtigstes Resultat ergibt sich jedoch, dass die zu erwartenden Pentatomischen Pentaden (dyadischer, triadischer und tetradischer Thematisierung) nicht konstruierbar sind, da die Regel zur Bildung Trichotomischer Triaden, die noch bei den Tetratomischen Tetraden Anwendung fand, hier offenbar nicht mehr anwendbar ist, da von den zahlreichen neu auftretenden Sandwiches nicht klar ist, ob und wie sie in die Pentatomischen Pentaden integriert sind.

4.6. Für die **hexadische Semiotik** können wir schliesslich folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Erwartungsgemäss treten dyadischen, triadischen und tetradischen nun auch pentadische Thematisierungstypen auf.
 2. Bei den dyadischen Thematisierungen treten Sandwiches unklarer Thematisierungsrichtung der Form $X^m \leftrightarrow Y^m$ auf.
 3. Bei den triadischen Thematisierungen sind die Thematisierungsrichtungen im Grunde unklar. Versuchsweise könnten drei Gruppen gebildet werden: 1. Solche, deren linke Kategorie die Gestalt X^1 hat. 2. Solche, deren rechte Kategorie die Gestalt X^1 hat. 3. Solche, deren mittlere Kategorie die Gestalt X^1 hat, die aber weder zu 1. noch zu 2. gehören (Sandwiches). Ausdifferenzierungen und andere Gruppierungen sind aber möglich. Die triadischen Sandwiches der Form $X^m \leftrightarrow Y^n \leftrightarrow Z^m$ weisen, wie schon die dyadischen, unklare Thematisierungsrichtung auf.
 4. Für die tetradischen Thematisierungen gilt das zu den triadischen Gesagte. Auch die tetradischen Sandwiches der Form $A^m \leftrightarrow X^n Y^n \leftrightarrow B^m$ weisen, wie bereits die dyadischen und die triadischen, unklare Thematisierungsrichtung auf.
 5. Für die pentadischen Thematisierungen gilt das zu den tetradischen Gesagte.
 6. Hexadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.
 7. Für die zu erwartenden Hexatomischen Hexaden gilt das zu den Pentatomischen Pentaden Gesagte, nur dass hier noch mehr Verwirrung herrscht.
5. Man kann nun natürlich fortfahren und mühsam die Strukturen 7-, 8-, 9-, 10-, 11-, 12-, 13-, 14-, 15; ... -adischer Semiotiken ausrechnen und wird finden, dass immer neue Strukturen auftreten, die in unteren Strukturen fehlen, so dass also von einer Dekomposition von $n > 3$ -adischen Relationen in Triaden, Dyaden und Monaden keine Rede sein kann. Dabei tritt ein solcher Strukturverlust ein, dass z.B. Eigenrealität isoliert unverständlich ist, speziell als Sonderfall triadischer, tetradischer, ... Realität. **Niedrigere semiotische relationale Strukturen benötigen also Erhellung durch höhere, dessen Fragmente sie sind**, ebenso wie höhere Strukturen niedrigere brauchen, aus denen sie sich, deren übergeordnete

Mengen sie sind, gewissermassen verselbständigen. Trotzdem scheint, wie man gesehen hat, der semiotische Dreischritt mit einer semiotischen Limeszahl abzuschliessen, denn die Triade, Trichotomie und trichotomische Triade sind die Grundbegriffe der Semiotik. Hiervon rührt auch die Idee, höhere Relationen könnten auf Triaden abgebildet werden. In Wahrheit ist die Semiotik ein hierarchisches System von Dreischritten mit den Limeszahlen 3, 6, 9, ..., die jedesmal qualitative "Sprünge" (vgl. Kronthaler 1986, S. 93 ff.; Ern  1982, S. 263 denkt offenbar an "Würfe") INNERHALB eines semiotischen Zahlensystems haben und nicht ZWISCHEN Zahlensystemen wie das in der transfiniten Arithmetik der Fall ist. Auch in diesem Punkt zeigt also bereits die klassische Peircesche Semiotik klar polykontexturale Züge (vgl. Kronthaler 1986, S. 93).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Ern , Marcel, Einführung in die Ordnungstheorie. Mannheim 1982

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik.
2. Aufl. Hamburg 1978

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt
am Main 1986

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Die Semiotik und die natürlichen Zahlen. In: Electronic Journal of
Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Triadische und trichotomische Peirce-Zahlen und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1978

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce – Leben und Werk. Baden-Baden 1989

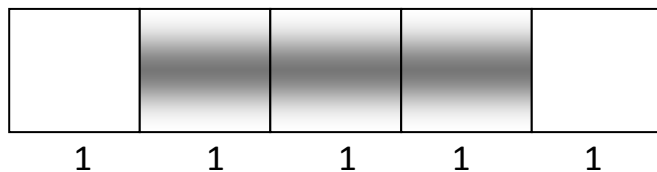
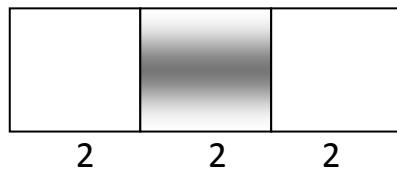
24. Das System der semiotischen Vermittlungszahlen

1. In Toth (2009a) wurden die triadischen und die trichotomischen Peirce-Zahlen sowie die semiotischen Vermittlungszahlen eingeführt. Unter letzteren wird die Menge von geordneten Paaren verstanden, deren erstes Glied der Codomäne einer trichotomischen semiosisischen Abbildung und deren zweites Glied der Domäne einer triadischen semiosisischen Abbildung angehört. Vermittlungszahlen treten somit stets zwischen dyadischen Subzeichen, ausserhalb oder innerhalb von Zeichenklassen und Realitätsthematiken, auf. Eine weitere, wenn auch im Grunde selbstverständliche Eigenschaft von semiotischen Vermittlungszahlen ist, dass sie nur zusammen mit ihrem Ordnungstypus sinnvoll sind, d.h. sind im Grunde Ordnungsstrukturen oder, wie Hausdorff sich ausgedrückt hatte, Ordnungstypen, und zwar gehört ihr Ordnungstyp immer zum Ordnungstyp der semiotischen Strukturen, innerhalb derer sie vermittelnd wirken. Die triadisch-trichotomischen Vermittlungszahlen zwischen den Dyaden der 10 Peirceschen Zeichenklassen sind

- | | | | | | |
|----|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|
| 1. | $(1 = 1)$ | $([1, 2], <)$ | $(2 > 1)$ | $([1, 3], <)$ | $(3 > 1)$ |
| 2. | $(1 < 2)$ | $([2, 2], =)$ | $(2 > 1)$ | $([1, 3], <)$ | $(3 > 1)$ |
| 3. | $(1 < 3)$ | $([3, 2], >)$ | $(2 > 1)$ | $([1, 3], <)$ | $(3 > 1)$ |
| 4. | $(1 < 2)$ | $([2, 2], =)$ | $(2 = 2)$ | $([2, 3], <)$ | $(3 > 1)$ |
| 5. | $(1 < 3)$ | $([3, 2], >)$ | $(2 = 2)$ | $([2, 3], <)$ | $(3 > 1)$ |

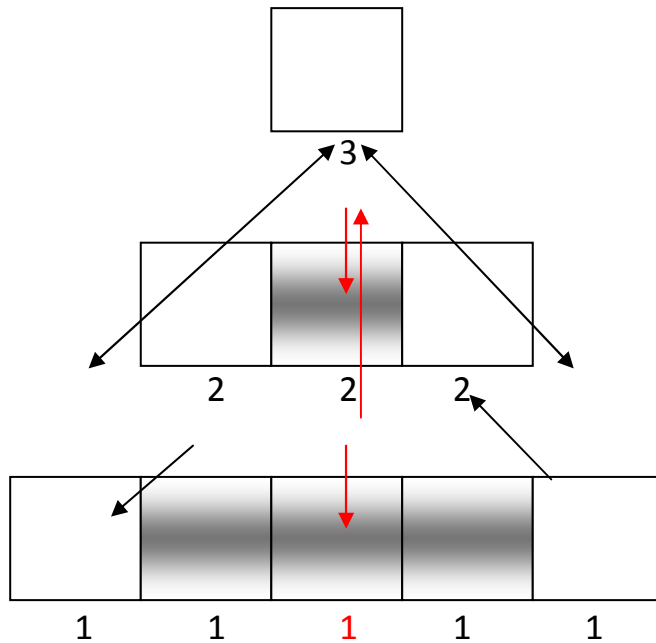
6. $(1 < 3)$ $([3, 2], >)$ $(2 < 3)$ $([3, 3], =)$ $(3 > 1)$
7. $(1 < 2)$ $([2, 2], =)$ $(2 = 2)$ $([2, 3], <)$ $(3 > 2)$
8. $(1 < 3)$ $([3, 2], >)$ $(2 = 2)$ $([2, 3], <)$ $(3 > 2)$
9. $(1 < 3)$ $([3, 2], >)$ $(2 < 3)$ $([3, 3], =)$ $(3 > 2)$
10. $(1 < 3)$ $([3, 2], >)$ $(2 < 3)$ $([3, 3], =)$ $(3 = 3)$

Innerhalb des in Toth (2009b) eingeführten Treppenmodells für Peirce-Zahlen sind die Vermittlungszahlen also im schraffierten Bereich angesiedelt:



Im folgenden zeichnen wir beispielhaft die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3), ihre Realitätsthematik (3.1 1.2 1.3), ihre beiden Peirce-Zahlen sowie die zugehörigen Vermittlungszahlen ein:

3. $(1 < 3)$ $([3, 2], >)$ $(2 > 1)$ $([1, 3], <)$ $(3 > 1)$



Bibliographie

Toth, Alfred, Triadische und trichotomische Peirce-Zahlen und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

25. Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik

1. Bereits in Toth (2009) wurde darauf hingewiesen, dass wir innerhalb von Zeichenklassen und ihre dualen Realitätsthematiken zwei verschiedene Arten von Ordnungstypen innerhalb der von Bense so genannten Primzeichen (Bense 1980) oder der von mir sogenannten Peirce-Zahlen antreffen. Wenn man sich vergegenwärtigt, dass die triadische Peircesche Zeichenrelation das folgende Ordnungsschema aufweist (vgl. Bense 1979, S. 67):

ZR(td.) = ((M) → ((M → O) → (M → O → I))), d.h.

ZR(td.) = (1 → (2 → 3)),

während die trichotomische Zeichenrelation einer allgemeinen Zeichenklassen

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

die Ordnung ($a \leq b \leq c$) aufweist, so steht also die irreflexive und asymmetrische Ordnung der triadischen Peirce-Zeichen der reflexive und symmetrischen Ordnung der trichotomischen Peirce-Zeichen gegenüber:

td \mathbb{P} = (<, \mathbb{N})

tt \mathbb{P} = (\leq , \mathbb{N}).

2. Dennoch fallen aber beide „Ordnungstypen“ (Hausdorff) der Peirce-Zeichen insofern aus dem Rahmen, als die üblichen arithmetischen Operationen über \mathbb{N}

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 2 = 3 = 2 + 1, \text{ usw.}$$

semiotisch sinnlos sind, da man nicht einfach zwei Mittelbezüge addieren kann, um etwas ganz anderes, d.h. einen Objektbezug zu erhalten, oder einen Objekt- und einen Mittelbezug addieren kann, um einen Interpretantenbezug zu bekommen.

Dennoch wissen wir im Anschluss an Beckmann, Berger, Walther (1979, S. 135 ff.) und Toth (2008), dass die zehn Peirceschen Zeichenklassen einen Verband definieren und dass daher die folgenden verbandstheoretischen (booleschen) Operationen funktionieren:

$$1 \sqcap 1 = 1$$

$$1 \sqcap 2 = 1 = 2 \sqcap 1$$

$$1 \sqcap 3 = 1 = 3 \sqcap 1$$

$$1 \sqcup 1 = 1$$

$$1 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 1$$

$$1 \sqcup 3 = 3 = 3 \sqcup 1$$

Damit kann man natürlich auch die beiden Peirce-Zahlen wie folgt notieren:

$$\text{Td}\mathbb{P} = (1 \sqsubset 2 \sqsubset 3) \text{ bzw. } \times(\text{Td}\mathbb{P}) = (3 \supset 2 \supset 1)$$

$$\text{Tt}\mathbb{P} = (1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq 3) \text{ bzw. } \times(\text{Tt}\mathbb{P}) = (3 \supseteq 2 \supseteq 1)$$

3. Trotzdem ist es mit Hilfe der für Peirce-Zahlen gültigen Operationen unmöglich, von einer Erstheit zu einer Zweitheit oder Drittheit oder von einer Zweitheit zu einer Drittheit (und jeweils umgekehrt) zu gelangen. Bense hatte sich schon sehr früh damit beholfen, dass er – wohl in Voraussicht auf die Unterscheidung von zwei Ordnungstypen der Peirce-Zeichen – zwischen „koordinativen“ und „selektiven“ generativ-semiosischen sowie degenerativ-retrosemiosischen Operationen unterschieden hatte (vgl. Toth 2008, S. 13). Koordination ist also jene Operation, welche die Sukzession $\sigma(n) = n + 1$ für jede triadische Peirce-Zahl n , beginnend mit $n = 1$, liefert. Da das Nullzeichen original aber nicht definiert ist in der triadischen Peirceschen Zeichenrelation, kann 1 selbst nicht hergestellt, sondern muss „thetisch eingeführt“ werden, d.h. es muss eine gesonderte Operation angenommen werden (vgl. Toth 2008, S. 15). Da für die Koordinationsoperation seit Bense das Zeichen \mapsto verwendet wird, haben wir also

$$\text{ZR} = 1. \mapsto 2. \mapsto 3., \text{ bzw.}$$

$$\text{td}\mathbb{P} = (\mapsto, \mathbb{N})$$

Für die Selektionsoperation verwendet Bense das leider irreleitende Zeichen $>$, das, wie oben gezeigt, dasselbe wie \leq bedeutet:

$$\text{ZR} = .1 > .2 > .3$$

$$\text{td}\mathbb{P} = (>, \mathbb{N}).$$

Die Unterscheidung zwischen „Koordination“ und „Selektion“ (auch wenn diese Begriffe mathematisch nichtssagend sind) ist wichtig, um es nochmals hervorzuheben, denn die lineare Progression der der Triaden ist ja wie folgt

$$\text{td}\mathbb{P} = 1 \mapsto 2 \mapsto 3 \mapsto \dots$$

während diejenige der Trichotomien wie folgt ist

$$\text{tt}\mathbb{P} = \begin{cases} 1 > 1 / 1 > 2 / 1 > 3 \\ 2 > 2 / 2 > 3 \\ 3 > 3 \end{cases}$$

Man würde also besser z.B. die Zeichen \uparrow und $|\uparrow$ wählen, um mit ersterer die Progression der $\text{td}\mathbb{P}$ und mit letzterer diejenige der $\text{tt}\mathbb{P}$ zu bezeichnen:

$$\text{ZR} = 1. \uparrow 2. \uparrow 3., \text{ bzw.}$$

$$\text{td}\mathbb{P} = (\uparrow, \mathbb{N})$$

$$\text{ZR} = 1. |\uparrow 2. |\uparrow 3., \text{ bzw.}$$

$$\text{tt}\mathbb{P} = (|\uparrow, \mathbb{N})$$

Wenn Bense also, wie er dies an mehreren Stellen tat, z.B. in (1979, S. 45; 1981, S. 39) das Nachfolger-Ordnungsprinzip der Peanozahlen

$$1, 2, 3, \dots$$

$$1, 11, 111, \dots$$

mit denjenigen der Primzeichen (1975, S. 167 ff.) gleichsetzte (vgl. auch 1983, S. 192 ff.), dann ist das 1. falsch – denn es gibt ja – wie oben gezeigt, keine Operation, um durch Addition von Monaden Dyaden oder von Monaden und Dyaden Triaden zu erzeugen, und 2. vergisst Bense zu sagen und zu begründen, dass die von ihm eher provisorisch eingeführten Operationen Koordination und

Selektion im Gegensatz zu den rein quantitativen verbandstheoretischen Operationen QUALITATIV sind, d.h. (polykontextural-) arithmetische Operationen wie

$$M + M = ? \quad 1 + 1 = ?$$

$$O + O = ? \quad 2 + 2 = ?$$

$$I + I = ? \quad 3 + 3 = ?$$

$$M + M + M = ? \quad 1 + 1 + 1 = ?$$

$$M + O = ? \quad 1 + 2 = ?$$

$$O + I = ? \quad 2 + 3 = ?$$

involvieren jenen „qualitativen Sprung“, von dem Kierkegaard gesprochen hatte: “Die Sünde kommt also hinein als das Plötzliche, d.h. durch einen Sprung; aber dieser Sprung setzt zugleich die Qualität; doch indem die Qualität gesetzt ist, ist im selben Augenblick der Sprung in die Qualität hineinverflochten und von der Qualität vorausgesetzt und die Qualität vom Sprunge” (1984, S. 32). Kurz gesagt: Die Semiotik besteht aus zwei Zahlensorten:

$$\text{td}\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \text{ und } \text{td}\mathbb{P} \subset \mathbb{N},$$

aus den quantitativen booleschen Operatoren

$$\sqcap, \sqcup, \sqsubset, \sqsupset, =,$$

sowie aus den qualitativen Operatoren

$$\uparrow, |\uparrow$$

und ist damit einmal mehr als ein quantitativ-qualitatives Teilgebiet der Mathematik nachgewiesen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kierkegaard, Søren, Der Begriff Angst. Frankfurt am Main 1984

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

26. Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen

1. Es gilt (vgl. z.B. Bense 1967, S. 9)

$$ZR = \{M, O, I\}.$$

Da man über jeder Menge ihre Potenzmenge bilden kann, bekommen wir

$$\wp ZR = \{\{M\}, \{O\}, \{I\}, \{M, O\}, \{O, I\}, \{M, I\}, \{M, O, I\}, \emptyset\},$$

weshalb wir definieren können

$$ZR^+ = \{M, O, I, \emptyset\}.$$

2. Da nach Bense (1979, S. 67)

$$ZR(td) = (1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.) \equiv (1 \subset 2 \subset 3) \text{ bzw.}$$

$$\text{ZR}(\text{td}, \emptyset) = (0. \rightarrow 1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.) \equiv (0 \subset 1 \subset 2 \subset 3)$$

und z.B. nach Walther (1979, S. 79) gilt

$$\text{ZR}(\text{tt}) = (.1 \leq .2 \leq .3) \equiv (.1 \subseteq .2 \subseteq .3) \text{ bzw.}$$

$$\text{ZR}(\text{tt}, \emptyset) = (.0 \leq .1 \leq .2 \leq .3) \equiv (.0 \subseteq .1 \subseteq .2 \subseteq .3),$$

haben wir zwei semiotische Zahlensysteme, die wir Peirce-Zahlen nennen, bzw. ein semiotisches Zahlensystem mit zwei Ordnungstypen

$$\text{td}^{\mathbb{P}} \subset \mathbb{N} = (\{1, 2, 3\}; \subset) \text{ bzw. } \text{td}^{\mathbb{P}} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\}; \subset) \text{ bzw.}$$

$$\text{tt}^{\mathbb{P}} \subset \mathbb{N} = (\{1, 2, 3\}; \subseteq) \text{ bzw. } \text{tt}^{\mathbb{P}} \subset \mathbb{N} \cup 0 = (\{0, 1, 2, 3\}; \subseteq).$$

3. Nach Beckmann ap. Walther (1979, S. 135 ff.) gelten sowohl für $\text{td}^{\mathbb{P}}$ als auch für $\text{tt}^{\mathbb{P}}$ die verbandstheoretischen (Booleschen) Operationen: $\sqcap, \sqcup, \sqsubset, \sqsupset, =$:

$$0 \sqcap 0 = 0, 1 \sqcap 1 = 1, 2 \sqcap 2 = 2, 3 \sqcap 3 = 3$$

$$0 \sqcap 2 = 0 = 2 \sqcap 0$$

$$1 \sqcap 2 = 1 = 2 \sqcap 1$$

$$1 \sqcap 3 = 1 = 3 \sqcap 1$$

$$0 \sqcup 0 = 0, 1 \sqcup 1 = 1, 2 \sqcup 2 = 2, 3 \sqcup 3 = 3$$

$$0 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 0$$

$$1 \sqcup 2 = 2 = 2 \sqcup 1$$

$$1 \sqcup 3 = 3 = 3 \sqcup 1$$

Damit kann man die beiden Peirce-Zahlen wie folgt notieren:

$$\text{Td}^{\mathbb{P}} = (0 \sqsubset 1 \sqsubset 2 \sqsubset 3) \text{ bzw. } \times(\text{Td}^{\mathbb{P}}) = (3 \sqsupset 2 \sqsupset 1 \sqsupset 0)$$

$$\text{Tt}\mathbb{P} = (0 \sqsubset 1 \sqsubseteq 2 \sqsubseteq 3) \text{ bzw. } \times(\text{Tt}\mathbb{P}) = (3 \supseteq 2 \supseteq 1 \supseteq 0)$$

Ferner gelten nach Bense (ap. Walther 1979, S. 57) die beiden qualitativen Operatoren

$\ulcorner, \lrcorner,$

nämlich

$$\text{td}\mathbb{P} = (0 \ulcorner 1 \ulcorner 2 \ulcorner 3)$$

$$\text{tt}\mathbb{P} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \parallel 0 / 0 \ulcorner 1 / 0 \ulcorner 2 / 0 \ulcorner 3 \\ 1 \parallel 1 / 1 \ulcorner 2 / 1 \ulcorner \ulcorner 3 \\ 2 \parallel 2 / 2 \ulcorner 3 \\ 3 \parallel 3, \end{array} \right.$$

so dass wir also die Ordnungsstruktur in 2. wie folgt ergänzen können:

$$\begin{aligned} \text{td}\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 &= (\{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbb{N} \cup 0; \ulcorner, \ulcorner) \\ \text{tt}\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \cup 0 &= (\{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbb{N} \cup 0; \sqsubseteq, \lrcorner) \end{aligned}$$

4. Die hier kurz skizzierte quantitativ-qualitative Peirce-Zahlen-Arithmetik kann man gut mit Hilfe des in Toth (2009) eingeführten Treppenmodells, eines flächigen Zahlenschemas, darstellen. Wir beschränken uns hier auf ZR, da ZR+ leicht selbst gezeichnet werden kann. Z.B entspricht die rot ausgezogene Zählrichtung den folgenden Additionen:

$M + M = ?$

$1 + 1 = ?$

$O + O = ?$

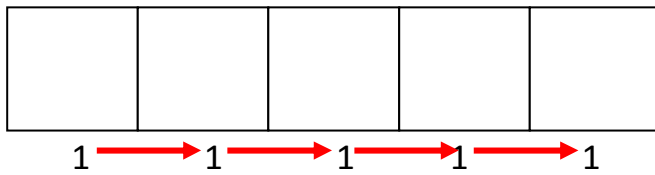
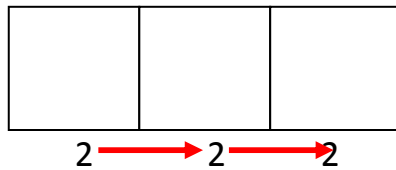
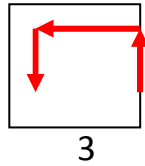
$2 + 2 = ?$

$I + I = ?$

$3 + 3 = ?$

$M + M + M = ?$

$1 + 1 + 1 = ?$



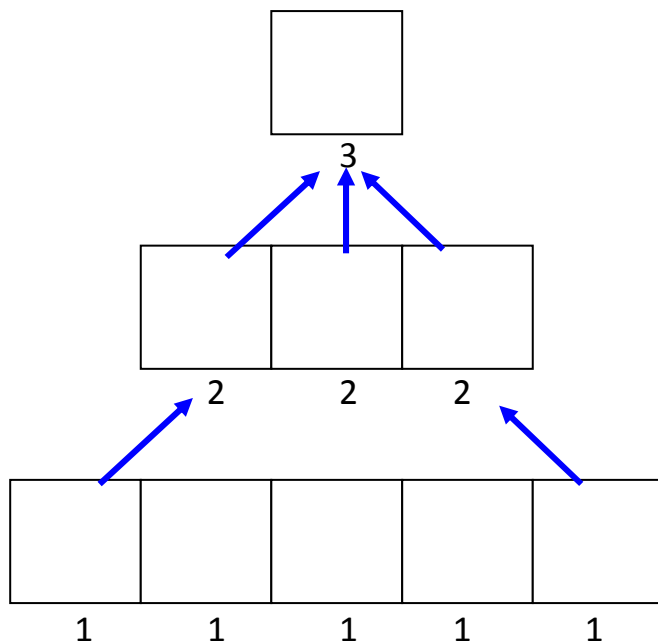
Blau ausgezogen sind im folgenden die Operationen mit Kontexturüberschreitungen, d.h. sobald die 2. Dimension des Treppenschemas benutzt werden muss:

$M + O = ?$

$1 + 2 = ?$

$O + I = ?$

$2 + 3 = ?$



Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

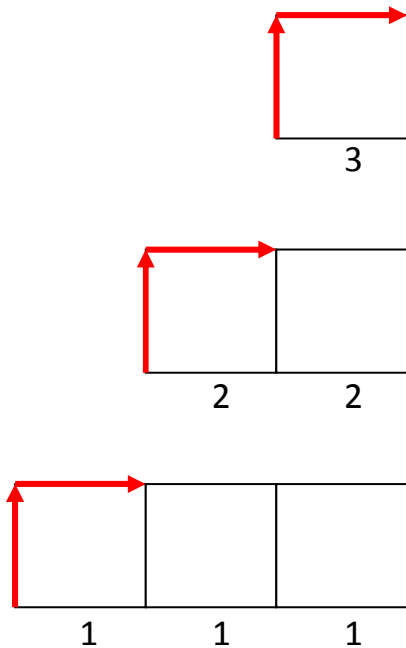
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

27. Zwei Wege von der Ersttheit zur Drittheit

1. Es gibt nur eine einzige 3×3 -Matrix, welche die Anforderung an ein lateinisches Quadrat erfüllt (wo also weder in den Zeilen, noch in den Spalten bzw. den Diagonalen der gleiche Wert 2 mal aufscheint) und die Nebendiagonale 1 – 2 – 3 hat:

2	1	3
3	2	1
1	3	2

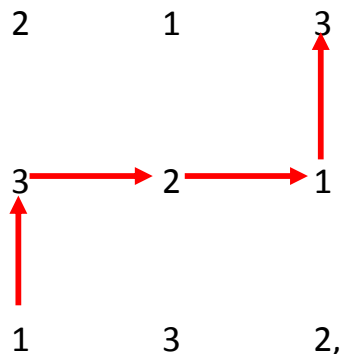
Die selbe Nebendiagonale hat aber auch das von Toth (2009) eingeführte semiotische Treppenmodell:



das der Peirceschen Zeichenrelation

$$ZR = ((1) \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (2 \rightarrow 3)))$$

entspricht. Somit gibt es neben dem eingezeichneten nur noch einen 2. Weg, die man von einer Erstheit (über eine Zweitheit) zur Drittheit gelangt:



d.h. die beiden Pfade führen über folgende Kategorien:

1. $1 \rightarrow (1 \rightarrow 2) \rightarrow 2 \rightarrow (2 \rightarrow 3) \rightarrow 3$

2. $1 \rightarrow 3 \rightarrow (3 \rightarrow 2) \rightarrow (2 \rightarrow 1) \rightarrow 1 \rightarrow 3$

Ob hiermit der „weiche“ und der „dornige“ Weg von der Erde zum himmlischen Paradies herausgelesen werden können, entzieht sich meiner Kenntnis; immerhin hat aber Günther (nicht zu Unrecht) Peirce unterstellt, sein Triadismus sei letztlich Trinitarismus (Günther 1978, S. vii-viii).

Bibliographie

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik.

2. Aufl. Hamburg 1978

Toth, Alfred, Semiotische Limeszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

28. Subzeichen, Nullzeichen enthaltend

1. Im 3-dimensionalen semiotischen Raum, dessen ursprüngliches Modell und Vorbild der Stiebingsche Zeichenkubus ist (vgl. Stiebing 1978, S. 77), hat jedes Subzeichen die allgemeine Form

$3\text{-SZ} = (a.b.c),$

wobei a eine Dimensionszahl, b ein triadischer Hauptwert und c ein trichotomischer Stellenwert ist. Nun kann theoretisch an jeder Stelle ein Nullzeichen (Toth 2009)

$\emptyset \equiv (.)0(.)$

zu stehen kommen. Allerdings ist nach einem Theorem von Bense die verdoppelte (iterative) Okkurrenz von (0.0) für Kategorialzahlen verboten (Bense 1975, S. 66), denn das Nullzeichen steht für eine 0-stellige Relation, 0-stellige Relationen aber sind nichts anderes als Objekte, und Objekte kann man nicht iterieren. So kann

man zwar vom „Zeichen eines Zeichens“ sprechen, aber die Vorstellung des „Steins eines Steins“ ist sinnlos.

2. Demzufolge können in 3-SZ alle Kombinationen von Nullzeichen mit Ausnahme von (0.0) aufscheinen; das gilt allerdings nur dann, wenn die erste Null triadisch und die zweite trichotomisch ist, denn sobald eine Dimensionszahl involviert ist, spricht nichts gegen die Form (0.0), vgl.

(0.0.a) – erlaubt (0 = Dimensionszahl)

(a.0.0) – verboten (a = Dimensionszahl)

Insgesamt haben wir es mit folgenden Kombinationen von einem oder zwei Nullzeichen in 3-SZ zu tun, die im Laufe einer semiotischen Ableitung „aufgefüllt“, d.h. durch höher-stellige Relationen ersetzt werden:

(a.b.0) → (a.b.c)

(0.a.b) → (a.b.c)

↗ (0.a.b) → (a.b.c)

(0.a.0) → (a.b.0) → (a.b.c)

↗ (0.a.b) → (a.b.c)

(0.0.a) → (a.0.b) → (a.b.c)

(a.0.b) → (a.b.c)

Eine Baumableitung ohne Redundanzen ist unmöglich, wie man sich leicht selbst überzeugt, denn dass z.B. (0.a.b) als Ableitung von (0.a.0) betrachtet wird, ist nicht plausibler als (0.a.0) mit seinen zwei Nullzeichen selbst als Ausgangsstruktur einer Ableitung einzustufen. Obwohl (a.b.0) als Ableitungsstufe (von (0.a.0)) aufscheint, muss es als Ausgangsstruktur von (a.b.c) betrachtet werden, das auch als erste Ableitung von (a.0.b), sonst jedoch nur als zweite Ableitung aufscheint.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Ein semiotischer Raum mit Nullzeichen-Positionen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

29. Erstheit, Zweitheit und Drittheit

1. Dass die Einführung der Fundamentalkategorien durch Peirce vom mathematischen Standpunkt aus defektiv ist, darauf hatte ich bereits mehrfach hingewiesen. Schauen wir uns einige willkürlich herausgegriffene Probleme an:

1.1. Die „monadischen“ Relationen (.1.), (.2.), (.3.) bestehen aus einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation. Das sieht man an der von Peirce und Bense nie erwähnten Valenz oder Bindungseigenschaft dieser Relationen. So bindet (.1.) ausser sich selbst gar nichts, (.2.) könnte ausser sich selbst sowohl (.1.) als auch (.3.) binden, bindet aber wegen der Definition der Peirceschen Zeichenrelation als Inklusionsrelation nur (.1.), und (.3.) bindet alle drei Kategorien, sich selbst natürlich eingeschlossen.

1.2. Die „dyadischen“ Relationen bestehen aus den monadischen Relation (1.1), (2.2.) und (3.3) und den merkwürdige Gebilden (1.2) und (2.1), (1.3) und (3.1) sowie (2.3) und (3.2). Die „Dyade“ (1.2) ist eine monadische Relation, welche eine dyadische bindet, obwohl ihre Valenz nur 1 ist, d.h. sie ist übergesättigt. Die „Dyade“ (2.1) ist eine dyadische Relation, welche eine monadische bindet, obwohl ihre Valenz 2 ist, d.h. sie untergesättigt. Die „Dyade“ (1.3) ist eine monadische Relation, die eine triadische bindet, wie kann sie denn das tun, denn sie ist doppelt übersättigt. Die „Dyade“ (3.1) ist eine triadische Relation, die 2 nicht-gesättigte Valenzstellen hat, da sie nur eine monadische Relation bindet. Bei den

„Dyaden“-Paaren (2.3) und (3.2) ist der Über- bzw. Untersättigungsgrad jeweils Valenz 1.

1.3. Die „triadischen“ Relationen sind keine triadischen Relationen, sondern ungeordnete Tripel von „Dyaden“ (vgl. 1.2), von denen keine einzige diesen Namen verdient, denn die genuinen Subzeichen sind monadisch, da die Monaden definiert sind als Relationen in sich selber, und die übrigen Subzeichen sind Kombinationen von über- und untergesättigten relationalen geordneten Paaren, die es wirklich nirgendwo ausserhalb der Semiotik gibt.

2. Ich weiss nicht, wie klar Rudolf Kaehr diese von mir hier und teilweise zuvor erwähnten Probleme gesehen hat, aber es ist jedenfalls sein Verdienst, dieser konfusen, widersprüchlichen und falschen Einführung der Fundamentalkategorien durch eine mathematisch und logisch haltbare Einführung ersetzt zu haben.

2.1. Zur Erstheit bemerkt Kaehr: „A composition is always accompanied by an environment of its morphisms. Therefore, an initial object or the number 1, firstness, is diamond-theoretically always doubled: as itself and as its environment, i.e. $(A | a)$. That is, as a morphism, and as a hetero-morphism. A diamond initial object is not a singular object but a doublet, also called bi-object“ (2008, S. 2).

Diamond-erstheit ist also: $A | a$, und zwar mit den beiden Möglichkeiten

$$M \rightarrow | \leftarrow m$$

$$M \leftarrow | \rightarrow m$$

2.2. Zur Zweitheit geben wir hier Kaehrs vollständige Charakteristik an:

Alternative:

$$1. (A \rightarrow B) : (A \rightarrow B \rightarrow B) :$$

$$(A \rightarrow B \circ B \rightarrow B)$$

$$(A \rightarrow B \circ B \rightarrow B) | b_2 \leftarrow b_1 : b_2 = b_1$$

$(A \rightarrow C) | c$

2. $(A \rightarrow B) : (A \rightarrow A \rightarrow B) :$

$(A \rightarrow A \diamond A \rightarrow B)$

Semiotisch haben wir also:

$(M \rightarrow O \circ O \rightarrow O) | o \leftarrow m$

$(M \rightarrow I) | m \leftarrow i$

$(M \rightarrow M \circ M \rightarrow O) | m \leftarrow o$

2.3. Zur Drittheit bemerkte Peirce mit Humor: „ $a \rightarrow b \rightarrow c$ is a relation of the intuition“ (2008, S. 49). Genauer haben wir

$((M \rightarrow O \rightarrow I), (M \rightarrow I \rightarrow O), (O \rightarrow M \rightarrow I), (O \rightarrow I \rightarrow M), (I \rightarrow M \rightarrow O), (I \rightarrow O \rightarrow M)),$

wobei es $(6 \text{ mal } 5) : 2 = 15$ Kombinationen gibt, die in homogene Verknüpfungen vom Typ

$(A \rightarrow B \rightarrow C) \circ (C \rightarrow B \rightarrow A)$

und in inhomogene Verknüpfungen vom Typ

$(A \rightarrow B \rightarrow C) \circ (B \rightarrow A \rightarrow C)$

zerfallen. Danach gibt es

$o \leftarrow m | i \leftarrow o | i \leftarrow m$ (Linksordnung)

bzw.

$o \rightarrow m | i \rightarrow o | i \rightarrow m$ (Rechtsordnung)

Speziell erwähnt Kaehr (2008, S. 4)

$\emptyset | \emptyset,$

d.h. die Umgebung (Heteromorphismus) der leeren Menge ist die leere Menge.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In:

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (Kaehr 2008)

30. Triadische und trichotomische Ordnung

1. In Toth (2009) wurde darauf hingewiesen, dass Triaden und Trichotomien in der Peirceschen Zeichenrelation

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit $a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$ und $a \leq b \leq c$

eine je verschiedene Ordnung aufweisen, nämlich

TdO = (a < b < c)

TtO = (a ≤ b ≤ c),

d.h. also die folgenden triadischen Relation sind falsch

*(3.1 3.2 1.3)

*(2.1 2.2 2.3)

*(3.2 1.2 1.3), usw.

und die folgenden trichotomischen Relationen sind falsch

*(3.1 2.2 1.1)

*(3.3 2.2 1.1)

*(3.2 2.1 1.3), usw.

Würde man TdO der TtO anpassen, so hätte dies zur Folge, dass die Fundmentalkategorien nicht mehr paarweise verschieden wären, das aber würde

bedeuten, dass Interpretant, Objekt und Mittel nicht mehr voneinander unterscheidbar wären – und zwar wegen der Möglichkeiten zur Permutation (vgl. Toth 2008a, S. 177 ff.) nicht einmal durch ihre Position innerhalb der triadischen Relation. Würde man aber Tto der Tdo anpassen, so würde sich nichts so Einschneidendes ändern; man erhielte einfach statt der bekannten 10 nur das folgende Dualsystem

$$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3),$$

also die eigenreale (dualinvariante) Zeichenklasse des Zeichens selbst. D.h. also:

Theorem: Richtet man die trichotomische Ordnung der Zeichenrelation nach der triadischen aus, so erhält man das eigenreale Dualsystem des Zeichens selbst.

2. Setzt man nun voraus, dass die bekannten semiotischen Operationen (vgl. Walther 1979, S. 116 ff.; Toth 2008b, S. 12 ff.) auch für

$$TdO = TtO = (a < b < c)$$

gültig wären, so wären nicht nur die bekannten 10, sondern sämtliche $3^3 = 27$ kombinatorisch möglich Zeichenklassen aus (3.1 2.2 1.3) ableitbar. Die Dualisation könnte dann einfach durch

$$\times := (a > b > c)$$

definiert werden. Die Beschränkung auf die 10 Zeichenklassen ist danach eine unbegründete und unbegründbare Folgerung aus Peirce ebenfalls unbegründeter Erfindung, dass die trichotomische Ordnung des Zeichens kein Spiegel der triadischen sein soll, sondern dass das Zeichen zwei völlig verschiedene Ordnungstypen (TdO, TtO) in seinem Zeichenmodell vereinigt.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Semiotische Quasiordnungen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

31. Zahl – Zeichen – Begriff

1. Ein polykontexturales Zeichen würde nach Kronthaler (1992) sowohl einen Zahlwert haben als auch für einen Begriff stehen. In der monokontexturalen, quantitativen Mathematik sind Zahl und Begriff getrennt, d.h. es gibt ebenso wenig eine „begriffliche“ bzw. „hermeneutische“ oder „mehrdeutige“ Mathematik, wie es andererseits keine „Arithmetik des Begriffs“ gibt (Günther 1991). Hierher gehört also auch die berühmte Aussage Gotthard Günthers, dass die Geisteswissenschaften gegenüber den Naturwissenschaften soweit zurücklägen, liege daran, dass sie mit ihrer ureigensten Schöpfung, dem Begriff der Zahl, nichts anfangen könnten (vgl. Günther 1975).

2. Nun hatten wir aber in Toth (2009) gezeigt, dass die kontexturierte Semiotik eine Möglichkeit bereitstellt, die Zahl wieder mehrdeutig zu machen, d.h. auf ihr vor-aristotelisches Stadium zurückzuführen, in dem Quantität und Qualität noch nicht getrennt waren. Eine solche mehrdeutige oder genauer „plurivalent-eindeutige“ (Korzybskische) Zahl eröffnet also den Spielraum für ihre hermeneutische Deutung. In der Semiotik tut sie dies bei den triadischen Peirce-Zahlen durch Vermehrfachung der Vorgänger- und Nachfolgerrelation, und bei den trichotomischen Peirce-Zahlen unter ihrer Durchbrechung:

2.1. Hermeneutik der tdP

$$\sigma(.1.) = (.1.), (.2.), (.3.)$$

$$\sigma(.2.) = (.2.), (.3.)$$

$$\sigma(.3.) = (.3.)$$

$$\alpha(.1.) = (.1.)$$

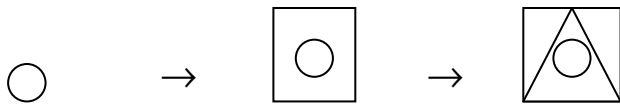
$$\alpha(.2.) = (.1.), (.2.)$$

$$\alpha(.3.) = (.1.), (.2.), (.3.),$$

d.h. es gilt $\sigma = \alpha^{-1}$ und $\alpha = \sigma^{-1}$.

Sei $\circ = 1$, $\triangle = 2$, $\square = 3$. Als Modell dargestellt (vgl. Toth 2009):

$$1 \quad \rightarrow \quad 2 \quad \rightarrow \quad 3$$



2.2. Hermeneutik der ttP

Aufgrund der folgenden „Kontexturenmatrix“

$$\begin{pmatrix} 1,3 & 1 & 3 \\ 1 & 1,2 & 2 \\ 3 & 2 & 2,3 \end{pmatrix}$$



„1“ „2“ „3“,

gilt für die Verteilung der ttP und ihrer entsprechenden Kontexturen:

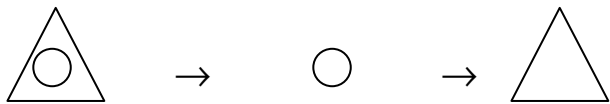
$$\text{ttP} = 1, K = 1, 3 / 1 / 3$$

$$\text{ttP} = 2, K = 1 / 1, 2 / 2$$

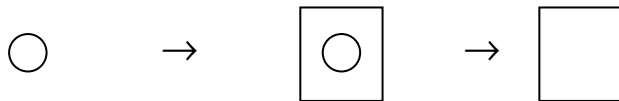
$$\text{ttP} = 3, K = 3 / 2 / 2, 3.$$

Sei wieder $\circ = 1$, $\triangle = 2$, $\square = 3$, dann bekommen wir

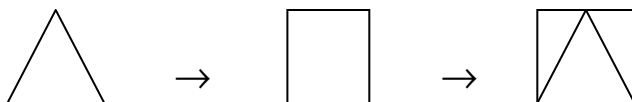
1, 3 \rightarrow 1 \rightarrow 3



1 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 2



3 \rightarrow 2 \rightarrow 2, 3

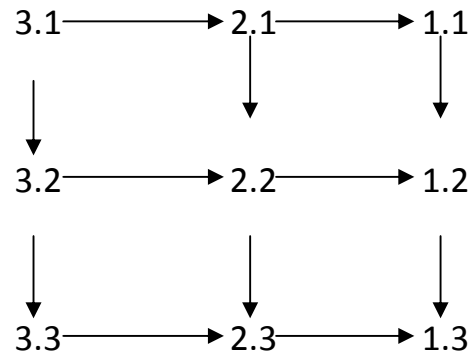


Nicht nur die beiden Peirce-Zahlen, tdP und ttP, sondern auch ihre Herme-
neutiken sind also vollständig verschieden.

3. Eine Zeichenklasse ist wie folgt aus Peirce-Zahlen, d.h. tdP und ttP, zusam-
mengesetzt:

tdP	3.	2.	1.
ttP	{.1, .2, .3}	{.1, .2, .3}	{.1, 2., .3}

tdP-ttP



Kontexturiert man zusätzlich die tdP und ttP, so bekommt man also Peirce-Zahlen, die einerseits aufgrund ihrer nicht-eindeutigen Vorgänger- und Nachfolgerrelationen, andererseits aber durch die ihnen zugewiesenen kontextuellen Indizes polykontextural sind.

$$\sigma(.1.) = (.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}$$

$$\sigma(.2.) = (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}$$

$$\sigma(.3.) = (.3.)_{2,3}$$

$$\alpha(.1.) = (.1.)_{1,3}$$

$$\alpha(.2.) = (.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}$$

$$\alpha(.3.) = (.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3},$$

d.h. hier ist also nicht nur die Zahl, sondern auch der Begriff mehrdeutig!

Während die Mehrdeutigkeit der Zahl sich auf die „eindeutige Mehrmöglichkeit“ der Korzybski-Zahlen bezieht, bezieht sich die Mehrdeutigkeit des Begriffs auf die Bensesche „Polyaffinität“ bzw. „Polyrepräsentativität“ der Zeichenklassen (Bense 1983, S. 45), wodurch ausgedrückt wird, dass Zeichen in der Semiotik eben in Klassen affiner repräsentierter Objekte zusammengefasst werden, wobei die gegenseitigen Affinitäten strukturell durch die Subzeichen pro Triade festgelegt werden, z.B. im Objektbezug also als Icon, Index und Symbol mit je verschiedener übereinstimmender Merkmalsmenge zwischen Zeichen und bezeichnetem

Objekt, wobei diese trichotomische Ausdifferenzierung der Triaden ja durch nichts anderes als die Nachfolge- und Vorgängerrelationen strukturell bestimmt sind.

Bibliographie

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Günther, Gotthard, Selbstbildnis im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig J., Philosophie in Selbstdarstellungen, Bd. 2. Hamburg 1975, S. 1-75

Günther, Gotthard, Die Metamorphose der Zahl. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 431-479

Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Eine kontextuelle Betrachtung der trichotomischen Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

32. Nachfolgerrelationen bei Peano-Zahlen, polykontexturalen Zahlen und Peirce-Zahlen

1. „In classical arithmetics, the step from n to $n+1$ is unambiguously defined by the arithmetical rules or axioms. In contrast, polycontextural arithmetics is involved always, in at least two actions, election and addition, producing a kind of a 2-dimensional tabular continuation“ (Kaehr 2009, S. 3).

2. Wie bekannt, hat Bense wiederholt versucht, das Nachfolgeprinzip der Semiotik anhand der Primzeichen

ZR = (.1., .2., .3.)

mit Hilfe der Peano-Axiome durch den Nachfolgeoperator

$\sigma(n) = n+1$

zu erklären (Bense 1975, S. 167 ff., 1983, S. 192 ff., letztere Arbeit im Anschluss an Peirces „Axioms of number“, mit denen er bekanntlich zum gleichen Resultat kam wie Peano). Dass dies falsch ist, sieht man eigentlich bereits daran, dass ZR keine lineare Progression ist wie

$$ZR = (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3),$$

sondern, wie Bense übrigens selber wusste (1979, S. 53, 67) eine verschachtelte „Relation über Relationen“, d.h.

$$ZR = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2), (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)).$$

Ferner gilt ja bekanntlich für die allgemeine Form von Zeichenklassen

$$Zkl = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

die inklusive Ordnung $a \leq b \leq c$,

was somit ebenfalls Benses früheren Ansichten widerspricht, denn keine Peano-Zahl hat das folgende Nachfolgeschema:

$$1, 1, 2, 1, 2, 3, \dots$$

Wie Kaehr (2009, S. 3) nun gezeigt hat, liegt der einfachsten Form der polykontexturalen Arithmetik die folgende tabulare Nachfolger-Struktur vor:

$$n(1.1) \rightarrow n(1.1 + 1.1)$$

$$\rightarrow n(1.1 + 1.2)$$

$$\rightarrow n(1.1 + 2.1)$$

$$\rightarrow n(1.1 + 2.2)$$

Wie man am besten anhand der semiotischen Matrix zeigt, sind die Nachfolgetypen der „monokontexturalen“ (d.h. der nicht-kontexturierten) Semiotik:

$$(a.b) \rightarrow (a.+1.b)$$

$$(a.b) \rightarrow (a.b + 1)$$

$(a.b) \rightarrow (a.+1.b+1),$

wobei sich die Nachfolgerrelation $(a.b) \rightarrow (a.+1.b)$ auf die **triadischen Peirce-Zahlen**, die Nachfolgerrelation $(a.b) \rightarrow (a.b + 1)$ auf die **trichotomischen Peirce-Zahlen** (vgl. Toth 2009) und die Nachfolgerrelation $(a.b) \rightarrow (a.+1.b+1)$ auf die bisher nicht behandelten **diagonalen Peirce-Zahlen** bezieht. Wie man also erkennt, weist die Semiotik von ihrem Zahlbegriff her eine klar polykontexturale Struktur auf.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Polycontextural and diamond dynamics.
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Polychange/Polychange.pdf> (2009)

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In:
Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

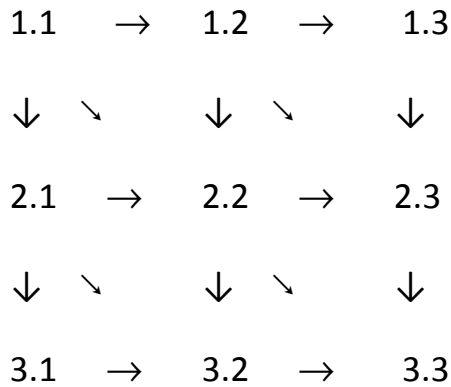
33. Das räumliche Vorgänger- und Nachfolgersystem kontexturierter Peirce-Zahlen

1. Bereits dann, wenn man die Peirce-Zahlen in triadische (tdP) einerseits und in trichotomische (ttP) andererseits aufspaltet, bemerkt man, dass die linearen Vorgänger- und Nachfolgerrelationen nicht übereinstimmen:

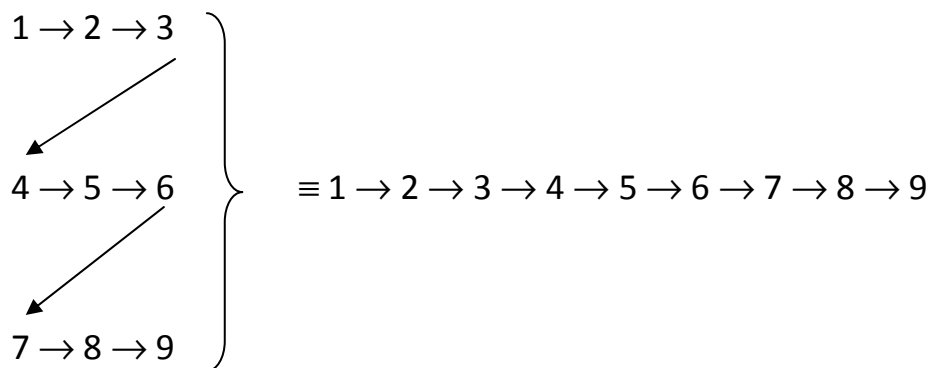
tdP = $(1. \rightarrow (1. \rightarrow 2.) \rightarrow (1. \rightarrow 2. \rightarrow 3.))$

ttP = $(.a \leq .b \leq .c)$, mit $a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$

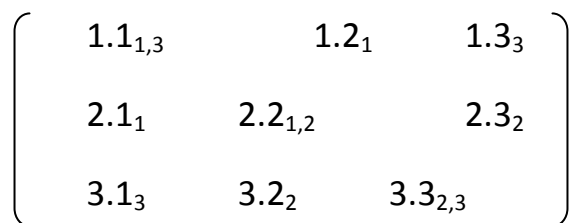
2. Anhand der semiotischen Matrix



kann man zeigen, dass jedes Subzeichen genau 3 Nachfolger und 3 Vorgänger, von (1.1) und (3.3) natürlich abgesehen, hat, nämlich zwei orthogonale und einen diagonalen Nachfolger/Vorgänger. Ferner hat jedes Subzeichen, vom ersten und letzten wiederum abgesehen, einen unbestimmten Vorgänger und Nachfolger, vgl. (1.2) : (2.1), (1.3) : (2.2), (2.2) : (3.1), usw. Mit anderen Worten: Bereits als monokontexturale Zahlen gehen die Peirce-Zahlen an Komplexität weit über die Peano-Zahlen hinaus:

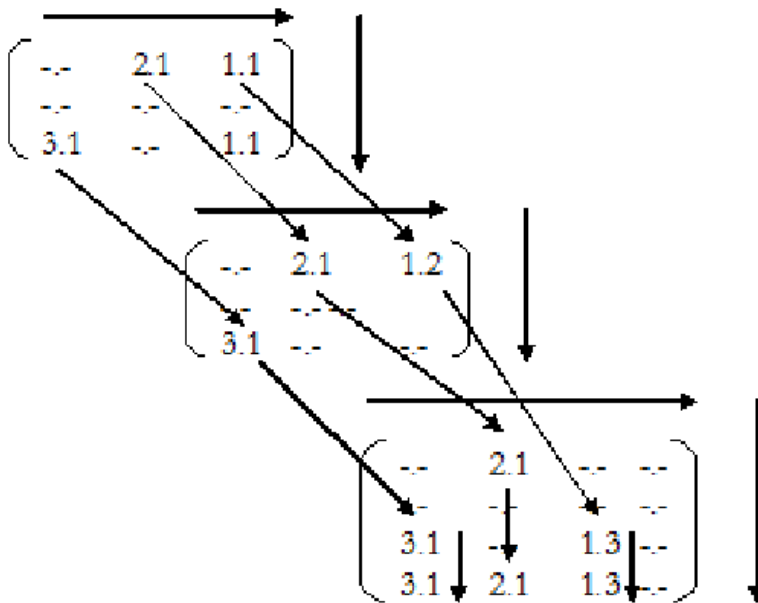


2. Sobald man nun die Peirce-Zahlen kontexturiert, wie dies Kaehr (2008) getan hat:



benötigt man statt der linearen und der ebenen eine räumliche Darstellung, um die Vorgänger- und Nachfolgerrelationen darzustellen (vgl. Toth 2009). Im folgenden seien die ersten drei Zeichenklassen der ersten Trichotomischen Triade dargestellt, von denen die ersten zwei in 3 und die dritte in 4 Kontexturen liegen. Man kann somit anhand dieses einfachen Beispiels nicht nur die Nachfolge der Subzeichen und der Zeichenklassen, sondern auch noch diejenige der durch sie besetzten Kontexturen aufzeigen:

1. (3.1₃ 2.1₁ 1.1_{1,3})
2. (3.1₃ 2.1₁ 1.2₁)
3. (3.1_{3,4} 2.1_{1,4} 1.3_{3,4})



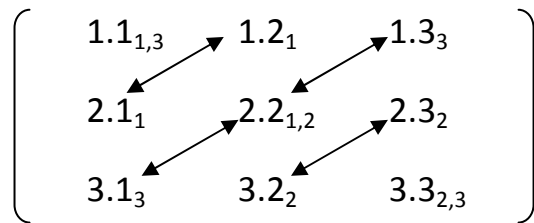
Es gilt also:

$$\sigma(3.1_3) = (3.1_{3,4}), (3.2_2), (3.2_{2,4}), (3.3_{2,3}), (3.3_{2,3,4})$$

$$\sigma(2.1_1) = (2.1_{1,4}), (2.2_{1,2}), (2.2_{1,2,4}), (2.3_{2,3}), (2.3_{2,3,4})$$

$$\sigma(1.1_{1,3}) = (1.1_{1,3,4}), (1.2_1), (1.2_{1,4}), (1.3_3), (1.3_{3,4})$$

Was die unbestimmten Peirce-Zahlen-Vorgänger und –Nachfolger anbetrifft, so bleiben sie interessanterweise auch in den kontexturierten Matrizen unbestimmt:



es gilt sogar für die Kontextualzahl-Summen der Nebendiagonalen: $3 = 1 + 2$ (!).

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. In:

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (2008)

Toth, Alfred, Mehrdeutige Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

34. Quantitative und qualitative semiotische Zahlentheorie

1. Dass das monokontexturale Peircesche Zeichen aufgrund seiner relationalen Definition für alle drei Bourbakischen Teilgebiete der Mathematik, d.h. für Algebra, Ordnungstheorie und Topologie, relevant ist, dürfte spätestens seit Toth (2006) bekannt sein. In Toth (2003, 2009f) wurde darüberhinaus nachgewiesen, dass es nicht nur für die quantitative, sondern auch für die qualitative Mathematik relevant ist.

2. Zum Nachweis, dass das Peircesche monokontexturale Zeichen die Anforderungen, eine quantitative Zahl zu sein, erfüllt, beweisen wir zuerst die Isomorphie der Peirceschen Semiotik mit dem Körper der reellen (2.1.) und hernach mit dem Körper der komplexen Zahlen (2.2.).

2.1. Sei K die Menge mit den Elementen 0 und 1, d.h. $K = \{0, 1\}$, und den zwei inneren Verknüpfungen Addition (" $+$ ") und Multiplikation (" \cdot "), die wie folgt definiert seien:

$$0 + 0 = 0 \qquad 0 \cdot 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1 \qquad 0 \cdot 1 = 0$$

$$1 + 0 = 1 \qquad 1 \cdot 0 = 0$$

$$1 + 1 = 0 \qquad 1 \cdot 1 = 1$$

Es wird gezeigt, dass K die Körperaxiome erfüllt. Die Kommutativität der Addition ist erfüllt:

$$0 + 0 = 0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 1 + 1 = 0$$

Die Assoziativität der Addition ebenfalls:

$$0 + (0 + 0) = (0 + 0) + 0 = 0$$

$$0 + (0 + 1) = (0 + 0) + 1 = 1$$

$$0 + (1 + 0) = (0 + 1) + 0 = 1$$

$$1 + (0 + 1) = (1 + 0) + 1 = 0$$

$$1 + (1 + 0) = (1 + 1) + 0 = 0$$

$$1 + (1 + 1) = (1 + 1) + 1 = 1$$

Die Kommutativität der Multiplikation ist erfüllt:

$$0 \cdot 0 = 0 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot 1 = 1 \cdot 0 = 0$$

$$1 \cdot 1 = 1 \cdot 1 = 1$$

Ebenso die Assoziativität der Multiplikation:

$$0 \cdot (0 \cdot 0) = (0 \cdot 0) \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot (0 \cdot 1) = (0 \cdot 0) \cdot 1 = 0$$

$$0 \cdot (1 \cdot 0) = (0 \cdot 1) \cdot 0 = 0$$

$$1 \cdot (0 \cdot 1) = (1 \cdot 0) \cdot 1 = 0$$

$$1 \cdot (1 \cdot 0) = (1 \cdot 1) \cdot 0 = 0$$

$$1 \cdot (1 \cdot 1) = (1 \cdot 1) \cdot 1 = 1$$

Gültig sind auch die Distributivgesetze:

$$0 \cdot (0 + 0) = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 0 \qquad (0 + 0) \cdot 0 = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot (0 + 1) = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 0 \qquad (0 + 1) \cdot 0 = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot (1 + 0) = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 0 \qquad (1 + 0) \cdot 0 = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 0$$

$$1 \cdot (0 + 1) = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 = 1 \qquad (0 + 1) \cdot 1 = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 1$$

$$1 \cdot (1 + 0) = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 1 \qquad (1 + 0) \cdot 1 = 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 1$$

$$1 \cdot (1 + 1) = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0 \qquad (1 + 1) \cdot 1 = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0$$

Auch die Umkehrbarkeit der Addition ist erfüllt:

$$0 - 0 = 0 + 0 = 0$$

$$0 - 1 = 0 + 1 = 1$$

$$1 - 0 = 1 + 0 = 1$$

$$1 - 1 = 1 + 1 = 0,$$

d.h. $x = b - a = b + a$. Entsprechendes gilt für die Umkehrbarkeit der Multiplikation.

Mit Hilfe der Körperaddition können nun Subzeichen, Zeichenklassen, Realitätsthematiken und weitere semiotische Gebilde addiert werden. Wegen $1 + 1 = 0$ bleiben in der Summenmatrix jeweils gerade jene Subzeichen weg, die in beiden Summandenmatrizen auftreten. Beispiel:

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1) + (3.1 \ 2.1 \ 1.3) = (1.1 \ 1.3).$$

In Matrizendarstellung:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Für je zwei Summanden A und B und ihre Summe C einer Körperaddition gilt somit: $C = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$. Die Körperaddition erweist sich damit als semiotische inverse Durchschnittsbildung. Doch auch die Körpermultiplikation hat einen angebbaren semiotischen Sinn. Weil das Produkt 1 nur durch die Multiplikation $1 \cdot 1$ entsteht, bleiben in der Produktmatrix jeweils gerade jene Subzeichen zurück, die in beiden Faktorenmatrizen auftreten. Die Körpermultiplikation erweist sich somit als semiotische Durchschnittsbildung:

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \cdot (3.1 \ 2.1 \ 1.3) = (3.1 \ 2.1)$$

In Matrizendarstellung:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Für je zwei Faktoren A und B und ihr Produkt C einer Körpermultiplikation gilt somit: $C = (A \cap B)$.

2.2. Wir wollen nun nachweisen, dass die Körper \mathbf{S} und \mathbb{C} zueinander isomorph sind. Da wir in 2.1. die Isomorphie von \mathbf{S} und \mathbb{R} bereits nachgewiesen haben, können wir uns hier auf den Nachweis beschränken, dass die komplexen Zahlen $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$ und $(0, -1)$ die Anforderungen an einen Körper erfüllen.

Die Kommutativität der Addition ist erfüllt:

$$\begin{aligned} (0, 0) + (1, 0) &= (1, 0) + (0, 0) = (1, 0) \\ (0, 0) + (0, 1) &= (0, 1) + (0, 0) = (0, 1) \\ (0, 0) + (-1, 0) &= (-1, 0) + (0, 0) = (-1, 0) \\ (0, 0) + (0, -1) &= (0, -1) + (0, 0) = (0, -1) \end{aligned}$$

Die Assoziativität der Addition ist erfüllt:

$$\begin{aligned} (0, 0) + [(0, 0) + (1, 0)] &= [(0, 0) + (0, 0)] + (1, 0) = (1, 0) \\ (0, 0) + [(1, 0) + (0, 0)] &= [(0, 0) + (1, 0)] + (0, 0) = (1, 0) \\ (0, 0) + [(0, 0) + (0, 1)] &= [(0, 0) + (0, 0)] + (0, 1) = (0, 1) \\ (0, 0) + [(0, 1) + (0, 0)] &= [(0, 0) + (0, 1)] + (0, 0) = (0, 1) \\ (0, 0) + [(0, 0) + (-1, 0)] &= [(0, 0) + (0, 0)] + (-1, 0) = (-1, 0) \\ (0, 0) + [(-1, 0) + (0, 0)] &= [(0, 0) + (-1, 0)] + (0, 0) = (-1, 0) \\ (0, 0) + [(0, 0) + (0, -1)] &= [(0, 0) + (0, 0)] + (0, -1) = (0, -1) \\ (0, 0) + [(0, -1) + (0, 0)] &= [(0, 0) + (0, -1)] + (0, 0) = (0, -1) \end{aligned}$$

Die Kommutativität der Multiplikation ist erfüllt:

$$(0, 0) \cdot (1, 0) = (1, 0) \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot (0, 1) = (0, 1) \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot (-1, 0) = (-1, 0) \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot (0, -1) = (0, -1) \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

Die Assoziativität der Multiplikation ist erfüllt:

$$(0, 0) \cdot [(0, 0) \cdot (1, 0)] = [(0, 0) \cdot (0, 0)] \cdot (1, 0) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot [(1, 0) \cdot (0, 0)] = [(0, 0) \cdot (1, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot [(0, 0) \cdot (0, 1)] = [(0, 0) \cdot (0, 0)] \cdot (0, 1) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot [(0, 1) \cdot (0, 0)] = [(0, 0) \cdot (0, 1)] \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot [(0, 0) \cdot (-1, 0)] = [(0, 0) \cdot (0, 0)] \cdot (-1, 0) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot [(-1, 0) \cdot (0, 0)] = [(0, 0) \cdot (-1, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot [(0, 0) \cdot (0, -1)] = [(0, 0) \cdot (0, 0)] \cdot (0, -1) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot [(0, -1) \cdot (0, 0)] = [(0, 0) \cdot (0, -1)] \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

Gültig sind auch die Distributivgesetze:

$$(0, 0) \cdot [(0, 0) + (1, 0)] = [(0, 0) + (1, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot [(1, 0) + (0, 0)] = [(1, 0) + (0, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot [(0, 0) + (0, 1)] = [(0, 0) + (0, 1)] \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot [(0, 1) + (0, 0)] = [(0, 1) + (0, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot [(0, 0) + (-1, 0)] = [(0, 0) + (-1, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot [(-1, 0) + (0, 0)] = [(-1, 0) + (0, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot [(0, 0) + (0, -1)] = [(0, 0) + (0, -1)] \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

$$(0, 0) \cdot [(0, -1) + (0, 0)] = [(0, -1) + (0, 0)] \cdot (0, 0) = (0, 0)$$

Der Nachweis der Umkehrbarkeit der Addition und Multiplikation wird entsprechend dem Vorgehen bei den reellen Zahlen geführt (vgl. 2.1.).

3. Die „Isomorphie“ (die es polykontextural nicht gibt, und am wenigsten zwischen einem monokontexturalen und einem polykontexturalen System) der quantitativen Peirceschen Semiotik und der in Toth (2009a-e) geschaffenen qualitativen Semiotik zeigen wir im folgenden für die Proto-, Deutero- und Trito-Struktur getrennt dadurch, dass wir die 3-kontexturale polykontexturale Semiotik auf die 10 Peirceschen Zeichenklassen abbilden.

3.1. Proto-Semiotik → Peirce-Semiotik

000 → (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3)

001 → (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3)

012 → (3.1 2.2 1.3)

3.2. Deutero-Semiotik → Peirce-Semiotik

000 → (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3)

001 → (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3)

012 → (3.1 2.2 1.3)

Die beiden Abbildungssysteme 3.1. und 3.2. sind also identisch. Wegen Proto- und Deutero-Äquivalenz können nur 7 der 10 Peirceschen Zeichenklassen abgebildet werden.

3.3. Trito-Semiotik → Peirce-Semiotik

000 → (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3)

001 → (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3)

010 → *(3.1 2.2 1.1), *(3.1 2.3 1.3), *(3.2 2.3 1.2).

011 → (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3)

012 → (3.1 2.2 1.3)

Neben den 10 Peirceschen Zeichenklassen werden hier also auch die drei irregulären *-Zeichenklassen abgebildet.

4. Zusammenfassend halten wir fest, dass die Peircesche Semiotik sowohl zu den quantitativen Körpern der reellen und der komplexen Zahlen als auch zu den qualitativen Strukturen der 3-kontexturalen Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen isomorph ist.

Bibliographie

Toth, Alfred, Die Hochzeit und Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie III. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie IV. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009d

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie V. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009e

Toth, Alfred, Was ist überhaupt ein Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009f

35. Qualitative semiotische Zahlentheorie

1. In Toth (2009b) sind wir von den Peirceschen triadischen Zeichenklassen ausgegangen und haben sie mittels Wert-, Positions- und Iterationsabstraktion auf ihre Proto-, Deutero- und Trito-Strukturen zurückgeführt. Erwartungsgemäss war das Ergebnis nicht die Menge der qualitativen Zahlen der ersten Kontexturen, wie sie z.B. bei Kronthaler (1986, S. 33 f.) aufscheinen, sondern die Menge der dergestalt dreifach reduzierten Zeichenklassen ist einerseits nur ein kleines Fragment der qualitativen Zahlen, geht andererseits aber bereits stark über die qualitativen Zahlen der ersten Kontexturen hinaus. Bei unserem Vorgehen der dreifachen Reduktion von Zeichenklassen hatten wir ja auch nur die Trichotomischen Triaden aufgehoben und also die aus Dyaden zusammengesetzten triadischen Relationen als Hexaden behandelt, aber die übrigen Peirceschen Limitationstheoreme waren bestehen geblieben. Es sind die folgenden:

1. Die paarweise Verschiedenheit der Fundamentalkategorien:

$$ZR = (1, 2, 3) \text{ mit } 1 \neq 2, 2 \neq 3 \text{ und } 1 \neq 3.$$

2. Die Verschachtelung der triadischen Relation, d.h. die Menge als Meta-Relation oder die Meta-Menge als Relation:

$$ZR = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)).$$

3. Die Begrenzung auf triadische Relationen nach oben und nach unten:

$$ZR = (0, 1, 2, \leftarrow \boxed{3} \rightarrow, 4, 5, 6, \dots)$$

Im Zusammenhang mit 3. stellt auch sich die Frage nach dem Verhältnis von der Stelligkeit (n-adizität) semiotischer Relationen und der Anzahl benötigter Kontexturen. Obwohl es keine absolute Regel gibt – man kann z.B. eine dyadische Relation wie (12) in einem 10-kontexturalen Morphogramm darstellen: (0000000012), man kann umgekehrt sogar eine enneadische Relation wie (123456789) in einem 2-kontexturalen Morphogramm darstellen: (79), ist es einleuchtend, dass im Idealfall die Anzahl Konturen für eine n-adische Relation

minimal n und optimal $(n+1)$ beträgt. Das geht also zusammen mit Kaehrs Kontexturierung der triadischen Peirceschen Zeichenrelation in $K = 3$ bzw. $K = 4$ (Kaehr 2008). Wir formulieren deshalb als 4. aufzuhebendes semiotisches Limitationstheorem:

4. Die Abhängigkeit der Kontexturen von der Stelligkeit der Relation.

2.1. Wenn wir also (1.) die paarweise Verschiedenheit der Relationen aufheben, werden wir Zeichen bekommen, die z.B. kein Mittel, kein Objekt oder keinen Interpretanten haben. Dass es solche Zeichen gibt, darauf wurde schon früher hingewiesen (Toth 2008a, b, c). Es ist sogar so, dass ja die Unterscheidung von Mittel, Objekt und Interpretant eigentlich nur aus der Idee der Triadizität folgt, die seinerseits, wie Günther bei Peirce nachgewiesen hat, in der Trinität gründet (Günther 1978, S. 12). D.h. wäre Peirce also von der vor der christlichen 3-Zahl (Trinität) weltweit verbreiteten 4-Zahl (Quaternität) ausgegangen, die ja bekanntlich auch in der Bibel weit verbreitet ist (die 4 Weltrichtungen, Himmelsgegenden, Paradiesströme, apokalyptischen Reiter, Planeten (Jupiter, Merkur, Mars, Saturn), Sonnenrosse, Gesichter (Ezechiel 1), dann die 4 Haupttugenden, Gliedmassen, Weltalter, Jahreszeiten, Tageszeiten, Nachtwachen, Farben des Kartenspiels, usw., vgl. Bischof 1997, S. 200 ff.), dann hätte er notwendig wohl nicht nur eine vierte, sondern vier völlig neue Fundmentalkategorien gebraucht. Tatsächlich gibt es eine solche Semiotik, die nicht einfach eine tetradische Relation aus $M, O, I, ?$ darstellt, sondern durch $B(a, l, g, x)$ definiert ist, worin B die Bedeutungsrelation ist (d.h. die Zeichenrelation wird als Bedeutungsrelation eingeführt), a der Name ist, der in der Sprache l den Gehalt g eines Dinges x formalisiert (Menne 1992, S. 55). Versuchen wir also, die Mennesche tetradische Bedeutungsrelation im Rahmen der Peirce-Semiotik darzustellen! Der Name a sei M , der Mittelbezug, die Sprache l , d.h. ein Repertoire, fehlt bei Peirce. Da M daraus selektiert wird, muss $l = \{M\}$ sein, wobei wir allerdings $\{M\}_1$ setzen sollten, da es ja mehr als eine Sprache/ein Repertoire gibt und ein M , selektiert aus einem falschen Repertoire, nach Menne die Bedeutungsrelation nicht erfüllt. Damit kommen wir zu g , dem Gehalt eines Dinges x . Dies ist offenbar die Relation zwischen einem realen Objekt und der Bedeutungsfunktion ($O \rightarrow I$). Da das reale Objekt bei Peirce nicht

vorkommt, wollen wir es mit Ω abkürzen. Damit können wir die Peircesche triadische Zeichenrelation

$$ZR = (M, O, I)$$

der Menschen tetradischen Bedeutungsrelation

$$BR = (a, I, g, x) = (M, \{M\}_1, ((O \rightarrow I) \leftrightarrow \Omega))$$

gegenüberstellen. Wie man sogleich erkennt, haben die beiden Zeichenrelationen nicht das geringste miteinander gemeinsam, obwohl wir sie versuchsweise ineinander übersetzt haben. Es wäre eine interessante Aufgabe, einmal zu überlegen, wie viele verschiedene einander nicht-isomorphe Definitionen von Zeichenrelationen es gibt.

2.2. Wäre also Peirce z.B. von der Menschen tetradischen Relation ausgegangen, hätte er wegen $a \in I$ nicht mit paarweiser Verschiedenheit von Kategorien operieren können, davon abgesehen, dass weder a noch I sensu stricto Kategorien sind, genauso wenig wie ein Lemma in einem Wörterbuch einer bestimmten Sprache und das Wörterbuch selbst als Kategorien bezeichnet werden können. Schwieriger ist es bei g und x . Wenn man diese komplexe Relation in diejenige von Peirce übersetzt, d.h. $((O \rightarrow I) \leftrightarrow \Omega)$, dann ergibt sich ein Bezug zwischen O und Ω , die zwar als Kategorien – O ist eine semiotische und Ω ist ihre korrespondierende ontologische Kategorie –, aber sonst keineswegs paarweise verschieden sind, insofern hier ja gerade eine semiotische Relation zwischen dem äusseren (Ω) und dem inneren (O) bezeichneten Objekt, oder Peirceanisch gesprochen: zwischen Objekt und Objektbezug hergestellt wird.

2.3. Ein weiteres Beispiel einer triadischen Relation, die sogar stets mit der Peirceschen Zeichenrelation identifiziert wurde, ist die Kommunikationsrelation $KR = (O, M, I)$, vgl. z.B. Bense (1971, S. 39 ff., 1976, S. 26 f.). Davon abgesehen, dass hier die Reihenfolge der Primzeichen nicht mit der von $ZR = (M, O, I)$ übereinstimmt, ist die Identifikation von O mit dem Expedienten, von I mit dem Rezipienten und von M mit dem Kanal des Kommunikationsschemas gewalttätig. Wie kann ein totes Objekt Information aussenden? Warum ist nicht der Sender

ein I1 und der Empfänger ein I2, so wie es jedes Kind erwarten würde, das schon einmal Telephönli gespielt hat? Wie kann ein Mittel als 1-stellige Relation 3-stellige Zeichenfunktion ausüben (so behauptet bei Bense 1976, S. 26 unten)?

2.4. Bei einer weiteren triadischen Zeichenrelation, dem bereits auf Peirce zurückgehenden Kreationsschema (vgl. z.B. Bense 1979, S. 87 ff.), ist nicht nur wiederum die Ordnung der Fundamentalkategorien verändert $CR = (I, M, O)$ bzw. (M, I, O) , sondern es wird behauptet, dass I und M einer anderen Partialrelation angehören als das „Produkt“ O, und dass I zwei statt eine Funktion ausübt: einerseits selektiert I aus M (genauer müsste hier {M} stehen!), andererseits kreiert es O (aus M). Auch hier sieht die Identifikation der Kurations- und der Zeichenrelation höchst artifiziell aus. Hier wird jedenfalls auch behauptet, dass eine Drittheit eine Ersttheit auf reichlich mysteriöse Weise in eine Zweittheit verwandeln kann. Man stelle sich vor, so etwas würde in einer mathematischen Abhandlung stehen! Man grabe Erde (M) im Garten aus, sage „Simsalabim!“ (I) dazu – und man bekommt Gold (O) wie weiland Rabbi Loew zu Prag.

2.5. Verwandte triadische Relationen, die zwar nie mit der Peirceschen Zeichenrelation in Beziehung gebracht wurden, aber immerhin Anwärtschaft darauf haben, sind z.B. Thema/Topik, Comment und Fokus, also die drei Grundbegriffe der Funktionalen Satzperspektive in der neueren Textlinguistik. Ohne grössere Vergewaltigung von Kategorien als es beim Kommunikations- und beim Kurationsschema der Fall war, könnte man hier argumentieren, das Topik sei das Mittel, es fungiere als „Unterlage“ der alten und/oder bekannten Information, als dasjenige, worüber etwas ausgesagt werden. Das, was darüber ausgesagt werde, d.h. die neue und/oder unbekannte Information, ist dann der Objektbezug, denn Information ist Mitteilung von Neuem, und Neues kann nur aus der Welt der Objekte kommen, niemals aus der Welt der Zeichen, die ja Objekte nur bezeichnen, aber niemals erzeugen oder auch nur verändern können (Benses Invarianzprinzip; Bense 1979, S. 39 ff., im Grunde eine hervorragende Begründung der Monokontextualität der Peirceschen Semiotik). Der Fokus fällt dann auf den Interpretanten, denn dieser lenkt sozusagen das Bewusstsein auf jene Teilmenge der neuen/unbekannten Information, auf die besonders hingewiesen werden soll. Die Frage ist also in unserem Zusammenhang: Kann man die funktionale Triade FR

= (T, C, F) nicht auch allgemein als Zeichenmodell verwenden? Sind diese drei „Kategorien“ nicht universell, d.h. über die Linguistik hinaus anwendbar? Sind sie wirklich weniger allgemein als die von Peirce stets aufrecht erhaltene „Universalität“ der „fundamentalen“ Kategorien? Da wir gesehen haben, dass es Zeichen ohne Mittel gibt, kann man z.B. zeigen, dass es Sätze ohne Topiks gibt, z.B. Märchenanfänge, bei denen ein bestimmtes Konzept ja erst als Topik im Diskurs etabliert werden soll. Da es Zeichen ohne Objekte gibt – kann man auch zeigen, dass es Comment-lose Sätze gibt, das sind Sätze, die nur aus alter/bekannter Information bestehen. Und da es schliesslich Zeichen ohne Interpretanten gibt, kann man auch zeigen, dass es Fokus-lose Sätze gibt – die meisten nämlich. Genauso gibt es Kommunikationsschemata ohne Sender (z.B. Signale), ohne Empfänger (Symptome), ohne Kanal (natürliche Zeichen, Anzeichen), dasselbe gilt für Kreationsschemata und wohl sämtliche triadischen Relationen, die sich also um nichts allgemeiner entpuppen als die angeblich universalen und fundamentalen Peirceschen Kategorien.

2.6. Übrigens ist es eine eigene Überlegung wert, ob wahrhaft universale und fundamentale Kategorien wirklich semiotische und nicht eher universal-metaphysische Kategorien sein müssen, z.B. die ebenfalls bei Peirce auffindbare frühe Triade (Quantität – Qualität – Relation), die nun wirklich ein erstklassiger Kandidat einer universalen und fundamentalen kategorialen triadischen Relation ist. Danach könnte man Zeichen anhand von diesen drei Bestimmungsstücken sicher viel ungezwängter klassifizieren als dort einen Interpreten zu suchen, wo gewiss keiner ist (z.B. bei Eisblumen) oder dort nach einem Mittel zu suchen, wo keines vorhanden ist (bei einer Handbewegung), oder dort nach Objekten zu suchen, wo solche bewusst nicht vorhanden sein sollen (z.B. dadaistische Texte, stochastische Musik, bestimmte Formen der Malerei). Die Triade Quantität – Qualität – Relation ist allein deshalb unversaler, weil sie gar nicht bereits semiotisch ist, sondern viel näher an den Objekten ist, aus denen die Zeichen in der Semiose ja entstehen: Jedes Objekt hat eine gewisse Quantität, Qualität, Relation. Ferner hat man hier bereits eine in der Semiotik erst am Schluss ihrer Entwicklung (Bense 1992) erreichte vollständige Klassifikation der Zahl als Zeichen, nämlich die rein quantitative Zahl (z.B. Peano-Zahl), die qualitative Zahl (Proto-, Deutero-, Trito-

Zahl) und die relationale Zahl (Peirce-Zahl; vgl. Toth 2009a), und man sieht bereits hier, dass mit der Aufhebung-Ergänzung der Mathematik der Quantitäten durch die Kronthalersche Mathematik der Qualitäten die Welt der Mathematik noch nicht ausgeschöpft ist – es braucht nämlich noch eine Theorie der Peirce-Zahlen oder semiotischen Relationalzahlen.

3. Wenn wir schliesslich von der Verschachtelung der Zeichenrelation, die diese in eine (gerichtete) Relation von Relationen bzw. Menge von Mengen bzw. Menge von Relationen bzw. Relation von Mengen verwandelt, d.h. von

$$ZR = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$$

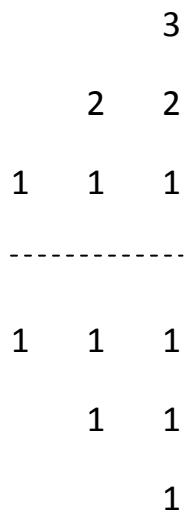
absehen, dann befreien wir uns von der paradox anmutenden Forderung Peirces, dass gemäss seiner (von der Semiotik primär unabhängigen) „Pragmatischen Maxime“ das Zeichen stets von einem Interpretanten eingeführt und über ein Objekt zu einem Mittel führt, d.h. von der Ordnung $ZR = (I, O, M)$ und der mit ihr in nie auch nur diskutiertem Widerspruch stehenden Normalform-Ordnung von Zeichenklassen $ZR = (M, O, I)$. Damit fallen auch die Fragen nach den Interpretationen der übrigen Permutationen (IMO, MIO, OMI, OIM) weg. Das Zeichen kann dann überall anfangen, d.h. bei M, O oder I. Mit solchen Tricks operiert ja bereits die Umgangssprache: Die Aussagen:

- a) Ein Mittel bezeichnet ein Objekt durch einen Interpretanten.
- b) Mit einem Mittel bezeichnet ein Interpretant ein Objekt.
- c) Ein Objekt wird mit einem Mittel von einem Interpretanten bezeichnet.
- d) Ein Objekt wird von einem Interpretanten durch ein Mittel bezeichnet.
- e) Ein Interpretant bezeichnet mit einem Mittel ein Objekt.
- f) Ein Interpretant bezeichnet ein Objekt durch ein Mittel.

sind ja gleichbedeutend, d.h. die Ordnung der Kategorien ist egal; das Zeichen kann eben überall beginnen.

Umgekehrt folgt die Aufhebung der Verschachtelung aber bereits aus der Relativierung der Kategorien, v.a. der Aufhebung der paarweisen Differenziertheit der Kategorien und der dadurch eröffneten Möglichkeit, dass eine Zeichenrelation z.B. zwei Mittel, aber keinen Interpretanten, 2 Objekte, aber kein Mittel usw. enthält. Würde man hier an der Verschachtelung festhalten, müsste im Extremfall eine Zeichenklasse aus einer dreifachen Selbstverschachtelung einer einzigen Kategorie bestehen.

4. Obwohl wir bereits am Anfang unserer qualitativen semiotischen Zahltheorie die Trichotomie aufgehoben haben, seien hier in Zusammenhang mit dem letzten Abschnitt noch eine paar Bemerkungen nachgeschoben: Trichotomien entstehen durch kartesische Produktbildung, und kartesische Produktbildung setzt abelsche Gruppen voraus, also ein höchst spezialisiertes mathematisches System, das für qualitative Systeme unerbringlich ist. Z.B. stellt die Mathematik der Qualitäten vom Standpunkt der quantitativen Mathematik aus betrachtet nicht einmal ein Gruppoid dar. Daher verbieten sich Trichotomien für den Aufbau einer qualitativen semiotischen Zahlentheorie von selbst. Andererseits werden Trichotomien aber auch durch die relationale Verschachtelung der Triaden vorbereitet, denn aus ihr folgt, dass eine Erstheit durch 1 weitere, eine Zweitheit durch 2 weitere und eine Drittheit durch 3 weitere Relationen gesättigt werden kann, also



5. Auch das letzte im Rahmen einer qualitativen semiotischen Zahlentheorie aufzuhebende Limitationstheorem, die Begrenzung auf triadische Relationen nach

oben und nach unten, folgt natürlich aus der Aufhebung der Forderung nach paarweiser Verschiedenheit der Kategorien, denn wenn Gebilde wie

(111), (222), (333)

(112), (131), (322), usw.

erlaubt sind, gibt es keinen Grund, sie nach „unten“, d.h. in den Bereich der Dyaden und Monaden, oder nach „oben“, d.h. in die Bereiche der Tetraden, Pentaden, Hexaden, usw. zu verlängern (vgl. Toth 2006/08, S. 214 ff.).

6. Nun hatten wir aber in Abschnitt 2 bereits darauf hingewiesen, dass es eine viel universalere und fundamentalere Semiose gibt als $ZR = (M, O, I)$, nämlich die „Grundrelation“ über Quantitäten, Qualitäten und Relationen

$GR = (Q_n, Q_l, R)$.

Zusammen mit den Aufhebungen der 4 Limitationstheoreme hindert uns nun nichts daran, sowohl die Anzahl der Q_n , Q_l als auch der R zu erweitern:

$GR_{max} = (Q_{n_1}, Q_{n_2}, Q_{n_3}, \dots, Q_{l_1}, Q_{l_2}, Q_{l_3}, \dots, R_1, R_1, R_1, \dots)$

Wenn wir verabreden, dass alle Quantitäten in eine einzige Kontextur, K_1 , gehören, also so, wie sie von der traditionellen quantitativen Mathematik gehandhabt werden (Hegel-Paraphrase: „alle Qualitäten ... bis auf die eine Qualität der Quantität ... reduziert“), so brauchen wir die Kontexturen K_2, K_3, \dots, K_n für die Qualitäten, aber auch für die Relationen, da die Subjekte, welche Relationen über Quantitäten und Qualitäten herstellen, natürlich nicht mit den Subjekten identisch sein müssen, welche in die Qualitäten involviert sind. Wegen der Konsequenz 5. aus dem 4. Limitationstheorem folgt dann die Stelligkeit unserer qualitativen semiotischen Relation direkt aus der Anzahl der gewählten Kontexturen. Da eine minimale polykontexturale Logik 3 Kontexturen hat (vgl. z.B. Günther 1980 [1957], S. 1 ff.), wobei hier die Relation natürlich nicht als Kontextur zählt, ergibt sich als minimale semiotische Grundrelation

$GR_{min} = (Q_{n_1}, Q_{l_2}, Q_{l_3}, R_4, R_5)$,

d.h. wir wählen die gleiche Anzahl von relationalen wie qualitativen Kontexturen, so dass beide minimalen Subjekte (ich, du) relational miteinander ausgetauscht werden. Ich möchte übrigens betonen, dass hier die wohl fundamentalste Differenz zwischen einer logischen Relation mit 2 Subjekten der Form

$$LR = {}^3R(S, S, O)$$

und einer semiotischen Relation mit 2 Subjekten der Form

$$SR = {}^5R(S, S, O)$$

besteht, insofern in letzterer die zwei zum Austausch von $S \rightarrow O$ und $O \rightarrow S$ benötigten Relationen selber mitgezählt werden und darum ihren eigenen Platz in separaten Kontexturen bekommen. Natürlich können wir nun, wie in der Logik und der klassischen Semiotik, für die Variablen in

$$GR_{\min} = (Qn_1, Ql_2, Ql_3, R_4, R_5)$$

numerische Werte einsetzen:

$$Qn = \{0\}$$

$$Ql = \{1, 2\}$$

$$R(Ql_1) = \{3\}$$

$$R(Ql_2) = \{4\},$$

GR_{\min} ist also eine 5-kontexturale pentadische Zeichenrelation über 1 Quantität, 2 Qualitäten und 2 Relationen.

7. Damit bekommen wir für GR_{\min} $5 + 7 + 52 = 64$ „Zeichenklassen“ in Form von Morphogrammen, d.h. 5 semiotischen Proto-Zahlen und 7 semiotischen Deutero-Zahlen (rechts):

Nr. 1	00000	Nr. 1	00000
Nr. 2	00001	Nr. 2	00001
Nr. 3	00012	Nr. 3	00011

Nr. 4 00123

Nr. 4 00012

Nr. 5 01234

Nr. 5 00112

Nr. 6 00123

Nr. 7 01234

sowie 52 semiotischen Trito-Zahlen (Ausschnitt):

Nr. 1 00000

Nr. 2 00001

Nr. 3 00010

Nr. 4 00011

Nr. 5 00012

Nr. 6 00100

Nr. 7 00101

Nr. 8 00102

Nr. 9 00110

⋮

Nr. 48 01220

Nr. 49 01221

Nr. 50 01222

Nr. 51 01223

Nr. 52 01234,

wobei wir hier also wie folgt interpretieren können:

Nr. 1: 00000 ist das Zeichen der reinen Quantität, Nr. 2-5 sind die Zeichen der der vermittelten Quantitäten, d.h. der relationalen quantitativen Zahlen. Nr. 6 ist die durch eine Qualität vermittelte Quantität, Nr. 7 die durch eine Qualität vermittelte Quantität als Relation, ..., Nr. 48-51 sind teilvermittelte vollständige Quanti-Qualitäten, Nr. 52 ist die vollständig vermittelte vollständige Quanti-Qualität, usw. usw.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Verittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bischoff, Erich, Mystik und Magie der Zahlen (1920). Neudruck Wiesbaden 1997

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik.
2. Aufl. Hamburg 1978

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (2008)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Damrstadt 1992

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Zeichen ohne Zeichenträger. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Metaobjektivierung ohne Objekt. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Zeichen ohne Zeichensetzer. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008c

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

36. Qualitative semiotische Zahlentheorie III

1. Betrachten wir eine klassische monokontexturale Zeichenklasse, z.B.

$Zkl = (3.1\ 2.1\ 1.3)$.

Sie repräsentiert die Klasse aller Zeichen, welche z.B. für „ein allgemeines Diagramm, das von einer faktischen Aktualität unabhängig ist, wie typische Fieberkurven“ (Walther 1979, S. 83) stehen.

2. Kaehr (2008) hatte nun den Vorschlag gemacht, Zeichenklassen dadurch zu polykontexturalisieren, dass er sie kontexturierte. Damit können Zeichen bzw. ihre Subzeichen dahingehend unterschieden werden, für wen sie Zeichen bzw. Subzeichen sind, da die Kontexturenzahlen ja den Qualitäten und damit den ontologischen Orten der Subjekte (und somit den Subjekten selbst) korrespondieren, vgl. z.B.

$Zkl = (3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$.

Auf diese kann elegant der die Monokontexturalität garantierende logische Identitätssatz ausgeschaltet werden; dieser äussert sich in der Semiotik durch die Eigenrealität (vgl. Bense 1992):

$Zkl \times Rth = (3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$,

d.h. die Dualidentität der monokontexturalen Form

$(3.1\ 2.2\ 1.3) = \times(3.1\ 2.2\ 1.3)$

ist in der kontexturierten Form aufgehoben

$$\times(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) = (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$$

$$(3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3) \neq (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3).$$

Da die eigenreale Zeichenklasse das Repräsentationsschema der Zahl als solcher ist, bedeutet das also, dass sie in einer Welt, die aus mehr als 1 Kontextur besteht, eine von ihr unabhängige Realität thematisiert, d.h. dass sie fähig ist, ausser der mit ihrer Zeichenthematik identischen Realitätsthematik der Quantität weitere Qualitäten zu repräsentieren, die mit ihr nicht identisch sind. Solche qualitativen Zahlbereiche sind bekanntlich die Proto-, die Deutero- und die Trito-Zahlen (vgl. Günther 1980 [1971], S. 241-264). Zusammenfassend gesagt: Die Eigenrealität in monokontexturalen semiotischen Systemen garantiert die Mathematik der Quantitäten durch die Dualidentität von Zeichen- und Realitätsthematik, aber die Aufhebung der Eigenrealität durch Elimination des logischen Identitätssatzes in polykontexturalen semiotischen Systemen garantiert die Mathematik der Qualitäten durch die Dualverschiedenheit von Zeichen- und Realitätsthematik.

3. Das grosse Problem bei Kaehrs Kontexturierung – und darum hatten wir auch diesen Begriff anstatt des Begriffes „Polykontexturalisierung“ gewählt, ist nun natürlich, dass es im Grunde ein, obwohl genialer, Trick ist, um Repräsentation und Präsentation zu vereinigen: Ein monokontexturales Dualsystem wie z.B.

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3) \times (3.1 \ 1.2 \ 1.3)$$

repräsentiert, präsentiert aber nicht. Aber ein kontexturiertes Dualsystem wie z.B.

$$(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 1.2_3 \ 1.3_3)$$

repräsentiert nicht nur, sondern präsentiert auch. Die Repräsentation betrifft die Objekte in den Zeichen und ihren Subzeichen, die Präsentation betrifft die erkenntnistheoretisch-logischen Relationen in ihren ontologischen Orten, den kontexturalen Qualitäten. Liest man dagegen in Günthers „Natural numbers in trans-classic systems“ (Günther 1971), so dürfte eine solche Kontexturalisierung nicht möglich sein, ohne die Proto-, Deutero- und Trito-Zahl-Strukturen dieser

Zeichenklassen zu ermitteln. Überhaupt ist die Kontextualisierung Kaehrs eigene Erfindung. Um aber monokontexturale Systeme zu polykontextualisieren, gibt es nur einen Weg: sie auf ihre kenogrammatistische Basis zurückzuführen (vgl. Kronthaler 1992), denn in monokontexturalen Systemen ist die Semiotik „die tiefste Fundierung“ (Bense 1983, S. 64 ff.). Das grosse Problem besteht nun aber darin, worauf ich in manchen Schriften hingewiesen habe, dass Zeichen und Kenogramm unvereinbar sind, denn bei der Tieferlegung des Zeichens auf das Kenogramm verschwinden alle Merkmale, welche das Zeichen zum Zeichen machen, z.B. die Dichotomie von Zeichen und Objekt, welche natürlich mit der logischen Dichotomie von Subjekt und Objekt identisch ist und welche in der polykontexturalen Logik ja gerade durch die Proömalrelation „hintergangen“, d.h. aufgehoben wird. Es ist also einfach so, dass ein stärker reduziertes Zeichen kein Zeichen mehr ist, sondern ein Kenogramm, und dass ein dichotomisierendes, d.h. identitätslogisches Kenogramm (ein Kenogramm, das mit Werten belegt ist) ein Zeichen, aber kein Kenogramm mehr ist.

4. Die Frage ist also: Gibt es eine Möglichkeit, qualitative semiotische Zahlbereiche, d.h. semiotische Proto-, Deutero- und Trito-Systeme durch (echte) Polykontextualisierung zu konstruieren, so dass wenigstens irgendwelche definitorischen Eigenschaften von Zeichen noch erkennbar bleiben? (Über diese Frage ist leider mein Buch von 2003 nicht weitergekommen.) Im folgenden lege ich einen konkreten Vorschlag vor.

4.1. Da eine ideale Semiotik ebenso wie eine ideale Logik über 3 Subjekte – ich, du und wir – verfügen sollte, zuzüglich eines Objektes, gehen wir also von einer 4-wertigen Semiotik auf der Basis einer 4-wertigen Logik aus. Da jedes Kenogramm für einen ontologischen Ort steht, benötigen wir also Morphogramme der Länge 4. Das Basis-Morphogramm sieht daher wie folgt aus:

0000.

Da die Belegung dieses Leerstellen-Patterns von hinten her erfolgt (aber nicht muss), machen wir folgende Zuschreibung (oder „Einschreibung“):

0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Du	Ich

Wird nun das Leerstellen-Pattern mit Zahlen belegt, so geschieht diese Belegung aber von links nach rechts, entsprechend den Gepflogenheiten in der Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986, S. 26 ff.). Dadurch ergeben sich also die folgenden Korrespondenzen mit den Plätzen, d.h. den ontologischen Orten (Kenogrammen, Qualitäten, Stellen im Morphogramm):

Es ↔ 0

Wir ↔ 1

Du ↔ 2

Ich ↔ 3,

oder als Bild

0	1	2	3
↓	↓	↓	↓
0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Du	Ich

Wie man erkennt, ist dies jeoch zugleich die Maximal-Belegung eines 4-stelligen (4-kontexturalen) Leerstellen-Patterns, da nach der Kronthalerschen Konvention die initiale \emptyset -Stelle immer leer bleibt.

4.2. Das 4-stellige Leerstellen-Pattern 0000 ist als 4-kontexturales Morphogramm

1. Teil des 4 Morphogramme umfassenden 4-Proto-Zahlen-Systems, des 5 Morphogramme umfassenden 4-Deutero-Zahlen-Systems, und des 15 Morphogramme umfassenden 4-Trito-Zahlen-Systems.

4.2.1. Semiotisches 4-Proto-Zahlen-System

0000

0001

0012

0123

Austauschrelationen:

0	0	0	0
↓	↓	↓	↓
0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Es	Es

Hier sind alle Subjekte durch das Objekt ersetzt, d.h. wir haben das Objekt als Ausgangspunkt der Semiose vor uns. Im Prinzip liegt hier also keine Austauschrelation vor, es sei denn, man gehe vom Zeichen als dem Endstadium der Semiose aus (s.u.).

0	0	0	1
↓	↓	↓	↓
0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Es	Wir

Austauschrelationen: Wir → Es, Du → Es, Ich → Wir.

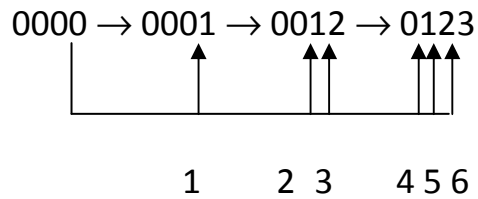
0	0	1	2
↓	↓	↓	↓
0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Es	Wir	Du

Austauschrelationen: Wir → Es, Du → Wir, Ich → Du.

0	1	2	3
↓	↓	↓	↓
0	0	0	0
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Du	Ich

Austauschrelationen: keine. Es liegt das Zeichen in seiner vollständigen Belegung, wie sie in 4 Kontexturen (unabhängig von Proto-, Deutero- oder Trito-Struktur) möglich ist, vor. Geht man jedoch vom reinen Objekt als Ausgangsstadium der Semiose aus (s.o.), dann haben wir hier zwei Sorten von Belegungen: Zuerst die Belegung des \emptyset -Patterns durch die den Zahlen korrespondierenden logisch-erkenntnistheoretischen Relationen, und zwar noch unabhängig von den Plätzen. Anschliessend werden diese Relationen so organisiert, dass die richtigen Relationen auf den richtigen Plätzen zu stehen kommen. Erst in diesem zweiten Stadium kommt also die Einheit von Zahl, Ort und Relation zustande. Man kann diese zwei Stadien in dem folgenden Schema einer „verketteten“ Austauschrelation darstellen:

Verkettete Austauschrelationen:



1: Es → Wir; 2 : Es → Wir; 3: Wir → Du, 4: Es → Wir, 5: Wir → Du, 6: Du → Ich.

D.h. es werden zuerst die objektiven Stellen durch Subjekte belegt, und anschliessend die Subjekte so lange ersetzt, bis die Grundstellung (s.o.) erreicht ist. Solche verketteten Austauschrelationen finden natürlich auch in den Deutero- und den Trito-Systemen statt, wir lassen sie jedoch im folgenden weg, da sie leicht selbst konstruiert werden können.

4.2.2. Semiotisches 4-Deutero-Zahlen-System

0000

0001

0011

0012

0123

Im Unterschied zum Proto-System gibt es hier zwei weitere Austauschrelationen:



Austauschrelation: Es \rightarrow Wir.

0 0 1 1

↓ ↓ ↓ ↓

0 0 1 2

↑ ↑ ↑ ↑

Es Es Wir Du

Austauschrelation: Wir \rightarrow Du.

4.2.2. Semiotisches 4-Trito-Zahlen-System

0000

0001

0010

0011

0012

0100

0101

0102

0110

0111

0112

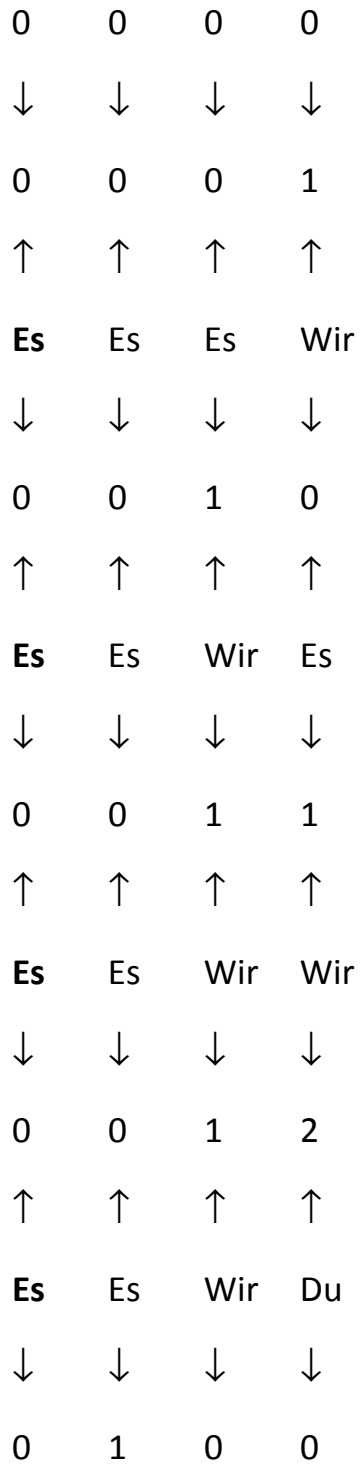
0120

0121

0122

0123

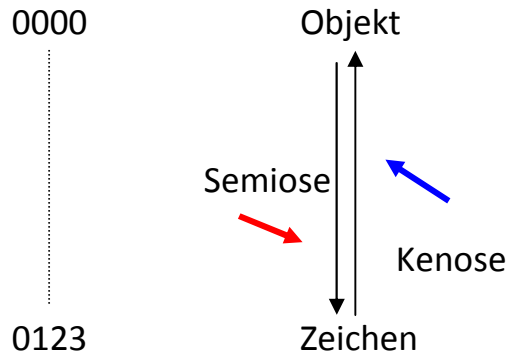
Austauschrelations-Kette:



↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Es	Es
↓	↓	↓	↓
0	1	0	1
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Es	Wir
↓	↓	↓	↓
0	1	0	2
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Es	Du
↓	↓	↓	↓
0	1	1	0
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Wir	Es
↓	↓	↓	↓
0	1	1	1
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Wir	Wir
↓	↓	↓	↓
0	1	1	2
↑	↑	↑	↑
Es	Wir	Wir	Du



5. Man sieht an der obigen Liste der semiotischen 4-Trito-Zahlen am besten, wie logisch-erkenntnistheoretische Relationen solange umgetauscht werden, bis der Anfangszustand 0000 des noch nicht von einem Subjekt „infiltrierten“ Zustandes bis zur regelmässigen „Durchdringung“ dieses inzwischen zum Zeichen (0123) metaobjektivierten (Bense 1967, S. 9) Objektes ersetzt ist, d.h. bis sämtliche logisch-erkenntnistheoretischen Relationen des ursprünglichen Objektes durch das Zeichen **substituiert** sind und die **Einheiten von Zahl, Ort und Relation** hergestellt sind:



Semiotische qualitative Zahlen repräsentieren also nicht, sie substituieren, aber die Substitution geht jeder Repräsentation voraus und dürfte die ursprünglichste Aufgabe der Zeichen gewesen sein. Ferner präsentieren die semiotischen qualitativen Zahlen wie die kontexturierten Zeichenklassen, aber jene substituieren, wo diese repräsentieren. Mit der Reduktion der Repräsentation auf die Substitution wird also der Weg zur Tieferlegung der Zeichen auf die qualitativen Zahlensysteme geöffnet.

Damit haben wir also die Antwort auf unsere obige Frage, ob es möglich sei, eine Tieferlegung der Semiotik statt durch blosse Kontexturierung der Subzeichen durch die drei qualitativen semiotischen Zahlensysteme der Proto-, der Deutero- und der Trito-Zeichen zu erreichen, ohne dass sämtliche definitorischen Merkmale des Zeichens abhanden kommen. Die Antwort lautet nun: **Dies ist möglich, wenn man die Repräsentationsfunktion des Zeichens durch die Substitutionsfunktion ersetzt.**

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1978-80.

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds.
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html> (2009)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-310

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

37. Qualitative semiotische Zahlentheorie IV

1. In drei Studien (Toth 2009a, b, c) hatten wir uns um den Aufbau einer polykontexturalen Semiotik aus der folgenden Perspektive bemüht: Wir nahmen als Ausgangspunkt die 10 Peirceschen Zeichenklassen und gelangten durch Wert-, Iterations- und Positionsabstraktion zu „Keno-Zeichen“. Obwohl dieser Begriff eine *contradictio in adiecto* darstellt – denn Zeichen und Keno sind aus prinzipiellen Gründen unvereinbar -, ist der Begriff auch wieder nicht falsch, denn die Morphogramme, die durch die drei Abstraktionsschritte aus den Peirceschen monokontexturalen Zeichenklassen hervorgingen, waren nicht mit den Basis-morphogrammen identisch, die man erhält, wenn man die Kenogrammatik rekursiv aus einem Keno-Symbol (Platzhalter) aufbaut.

2. Diesen zweiten Weg – den Aufbau der Peirceschen Zeichenklassen aus der Keno- und Morphogrammatik, möchten wir in der vorliegenden Arbeit begehen. Dabei steht natürlich die mögliche Abbildbarkeit von Morphogrammen (Kenogrammsequenzen) auf die Zeichenklassen und umgekehrt im Zentrum, denn nachdem es sich gezeigt hat, dass man tatsächlich mit der Semiotik bis hinunter zur Keno-Ebene gelangen kann, ohne dass man wenigstens die Substitutionsfunktion des Zeichens opfern muss, interessiert eine kontrollierbare Überführung der

monkontexturalen in die polykontexturale Semiotik allein schon im Sinne der Öffnung der monokontexturalen Semiotik für polykontexturale Berechenbarkeit, d.h. für Anwendbarkeit der qualitativen Mathematik (Kronthaler 1986, Mahler 1993) neben der quantitativen Mathematik (Toth 2008).

3. Triadische Proto-Semiotik

TPS = {000, 001, 012}

Abbildungen der 3-kontexturalen Protozahlen auf die Zeichenklassen:

000 → (111, 222, 333)

001 → (112, 113, 221, 223)

012 → (123)

Nachdem wir hier die Trichotomien-Schreibweise für Zeichenklassen benutzt haben:

(111) für (3.1 2.1 1.1)

(112) für (3.1 2.1 1.2)

(113) für (3.1 2.1 1.3), usw.,

haben wir also folgende Abbildungen der 3-kontexturalen Proto-Ebene auf die Zeichenklassen:

000 → (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3),

d.h. diese Mehrdeutigkeit der Abbildung beruht auf der polykontexturalen Ununterscheidbarkeit der Urbilder, denn diese sind nach der 1. Schadach-Transformation identisch (vgl. Toth 2003, S. 22) bzw. werden umgekehrt durch den Normalformoperator (vgl. Kronthaler 1986, S. 39) ineinander überführt.

001 → (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3)

Diese Abbildung erzeugt also auch die unzulässigen Peirceschen Zeichenklassen *(3.2 2.2 1.1), *(3.3 2.3 1.2) und *(3.3 2.3 1.1).

012 → (3.1 2.2 1.3).

Nicht erzeugt werden auf der Proto-Ebene also die Zeichenklassen (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3) und (3.2 2.3 1.3), da die ihnen zugrunde liegende Struktur (011) erst auf der Trito-Struktur erscheint, weil sie die Iterationsfreiheit voraussetzt.

4. Triadische Deutero-Semiotik

Da diese durch

$TDS = \{000, 001, 012\} = TPS$

definiert ist, gilt alles unter 3. Gesagtes auch für die Deutero-Struktur.

5. Triadische Trito-Semiotik

$TTS = \{000, 001, 010, 011, 012\}$

Da wir unter TPS bzw. TDS bereits die Morphogramme 000, 001 und 012 behandelt haben, müssen wir hier nur noch die Morphogramme 010 und 011 auf die Zeichenklassen abbilden. Da wir bereits gesehen haben, dass

$011 \rightarrow (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3)$

und damit sämtliche 10 Zeichenklassen und hiermit die monokontexturale Semiotik auf die Trito-Semiotik abgebildet ist, müssen wir uns noch um 010 kümmern. Dieses Morphogramm wird auf die folgenden irregulären Zeichenklassen abgebildet:

$010 \rightarrow *(3.1 2.2 1.1), *(3.2 2.1 1.2), *(3.3 2.1 1.3), *(3.3 2.2 1.3).$

Wir müssen uns deshalb abschliessend fragen: Nachdem die 10 Peirceschen Zeichenklassen ein Fragment der theoretisch möglichen $3^3 = 27$ Zeichenrelationen der Form (3.a 2.b 1.c) mit Ordnungsbeschränkung $a \leq b \leq c$ ist: Kann man also mit Hilfe der 3-kontexturalen Trito-Semiotik gerade die 27 Zeichenklassen erzeugen? Die Antwort ist leider nein.

Beweis: Die möglichen trichotomischen Strukturen triadischer Relationen sind: $a < b < c$, $a = b = c$, $a > b > c$, ferner „Mischstrukturen“. Da nun die 1. Position jeder qualitativen Zahl = 0 = Peirce-Zahl 1 ist (trichotomische Schreibung, s.o.), können alle von der Basisstruktur $a > b > c$ abgeleiteten Basisstrukturen nicht auf Zeichenrelationen abgebildet werden. In Sonderheit kann also durch die 3-kontexturale Trito-Semiotik die Hauptdiagonale der semiotischen Matrix, (3.3 2.2 1.1), nicht hergestellt werden. ■

Wir gelangen deshalb zu den folgenden, einigermaßen merkwürdigen Schlüssen zum Verhältnis von polykontexturaler und monokontexturaler (triadisch-trichotomischer) Semiotik:

1. Die 10 Peirceschen Zeichenklassen werden durch die 3-kontexturale Trito-Semiotik vollständig im Sinne von eindeutig-mehrmöglichen Abbildungen hergestellt.
2. Die 3-kontexturale Trito-Semiotik stellt darüber hinaus weitere triadisch-trichotomische Zeichenrelationen her, die jedoch von der Ordnungsstruktur der Peirceschen Zeichenklassen her gesehen irregulär sind. Sie stellt allerdings nicht die ganze Menge der 27 möglichen triadisch-trichotomischen Zeichenrelationen her.

Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie III. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

38. Qualitative semiotische Zahlentheorie V

1. In Toth (2009) hatten wir festgestellt, dass sich mittels der 3-kontexturalen Proto- sowie der Deutero-Semiotik

$TPS = TDS = \{000, 001, 012\}$

durch Abbildungen der Morphogramme auf Trichotomien-Tripel

$000 \rightarrow (111, 222, 333)$

$001 \rightarrow (112, 113, 221, 223)$

$012 \rightarrow (123)$

die folgenden Peirceschen Zeichenklassen herstellen lassen:

$000 \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.1, 3.2\ 2.2\ 1.2, 3.3\ 2.3\ 1.3)$

$001 \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.2, 3.1\ 2.1\ 1.3, 3.2\ 2.2\ 1.3)$

$012 \rightarrow (3.1\ 2.2\ 1.3).$

Allerdings stellt 221 auch die folgenden irregulären Zeichenklassen her

$221 \rightarrow *(3.2\ 2.2\ 1.1), *(3.3\ 2.3\ 1.2).$

Da umgekehrt das Morphogramm 221 aber proto- und deutero-äquivalent ist mit dem Morphogramm 001, ist die Umkehrung der Ordnung von $0 < 1$ zu $2 > 1$ hier nur zufällig. Sie ist allerdings der Grund für Herstellung der irregulären Zeichenklassen, denn für reguläre gilt: $(3.a\ 2.b\ 1.c)$ mit $a \leq b \leq c$, hier aber haben wir $b > a$.

2. In der 3-kontexturalen Trito-Semiotik

TTS = {000, 001, 010, 011, 012},

lassen sich erstmals sämtliche Peirceschen Zeichenklassen herstellen, denn zusätzlich zu den bisherigen Grundtypen von Morphogrammen treten jetzt noch die folgenden: 010, 011.

011 → (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3)

Allerdings weist 010 wiederum die Struktur $0 < 1 > 0$ auf, so dass hier ausschliesslich irreguläre Zeichenklassen entstehen:

010 → *(3.1 2.2 1.1), *(3.2 2.1 1.2), *(3.3 2.1 1.3), *(3.3 2.2 1.3).

3. Wir können nun alle jene Morphogramme zusammenstellen, deren Ordnungsrelationen mindestens ein „>“ enthält. Dabei gehen wir von den Ordnungstypen auf, wie sie in den 5 Morphogrammen der 3-kontexturalen Trito-Semiotik erscheinen:

000 →

001 → 100

010 → 010

011 → 110

012 → 210

weitere, nicht aufscheinende, sind

101

021, 102, 120, 201, 210

Wie man leicht zeigen kann, lassen sich nun mit diesen 6 zusätzlichen Morphogrammen die $27 \setminus 10 = 27$ „irregulären“ Zeichenklassen erzeugen:

010 → (3.1 2.2 1.1)
010 → (3.1 2.3 1.1)
021 → (3.1 2.3 1.2)
100 → (3.2 2.1 1.1)
101 → (3.2 2.1 1.2)
102 → (3.2 2.1 1.3)
110 → (3.2 2.2 1.1)
120 → (3.2 2.3 1.1)
010 → (3.2 2.3 1.2)
100 → (3.3 2.1 1.1)
201 → (3.3 2.1 1.2)
101 → (3.3 2.1 1.3)
210 → (3.3 2.2 1.1)
100 → (3.3 2.2 1.2)
101 → (3.3 2.2 1.3)
110 → (3.3 2.3 1.1)
110 → (3.3 2.3 1.2)

Der Grund dafür nun, warum Morphogramme mit abweichender Ordnungsstruktur die irregulären Zeichenklassen erzeugen, ist, dass die letzteren in der zu

T_m reflektierten Kontextur $_mT$ auftreten: Die irregulären Zeichenklassen sind damit also „Realitätsthematiken im Zeichenklassen-Pelz“, denn sie sind ja zu den regulären dual! Die 3-kontexturale Trito-Semiotik erzeugt also nicht nur die 10 Peirceschen Zeichenklassen, sondern auch einige irreguläre Zeichenklassen. Diese

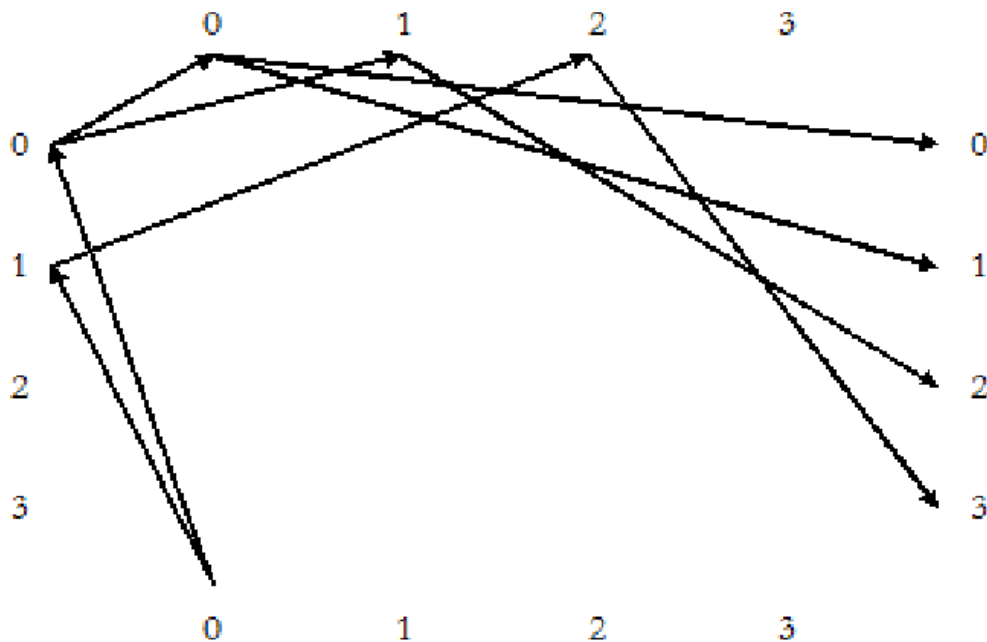
liegen alle in derselben Kontextur. Will man nun auch die 17 irregulären Zeichenklassen bilden, muss man die rezeptierten Morphogramme und ihre Permutationen auf sie abbilden und enthält so genau die $3^3 = 27$ möglichen triadisch-trichotomischen Zeichenrelationen.

Bibliographie

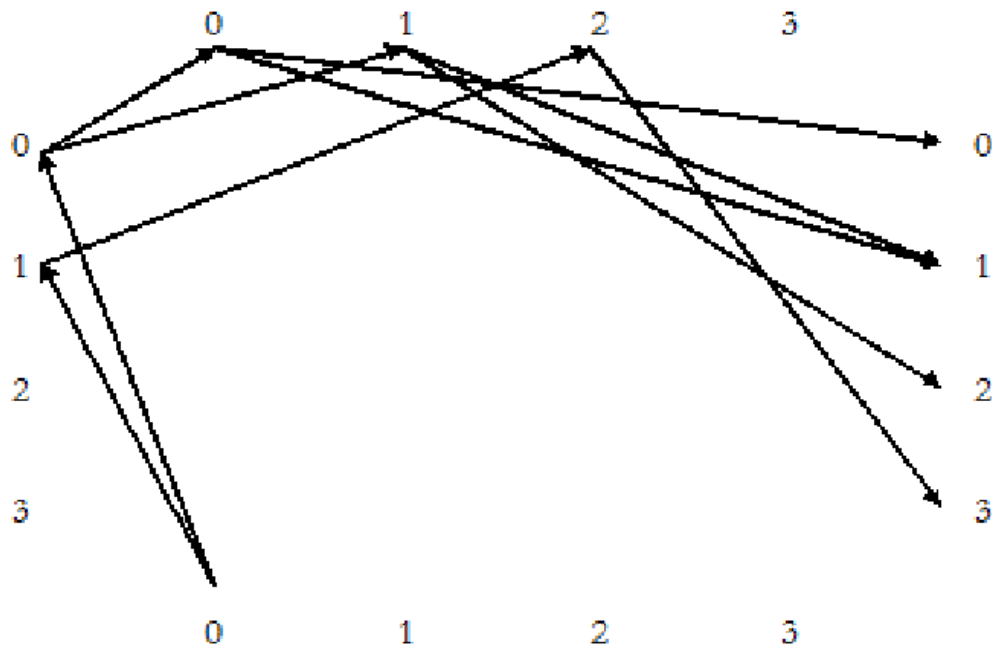
Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie IV. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009)

39. 2-dimensionale Strukturen der Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen

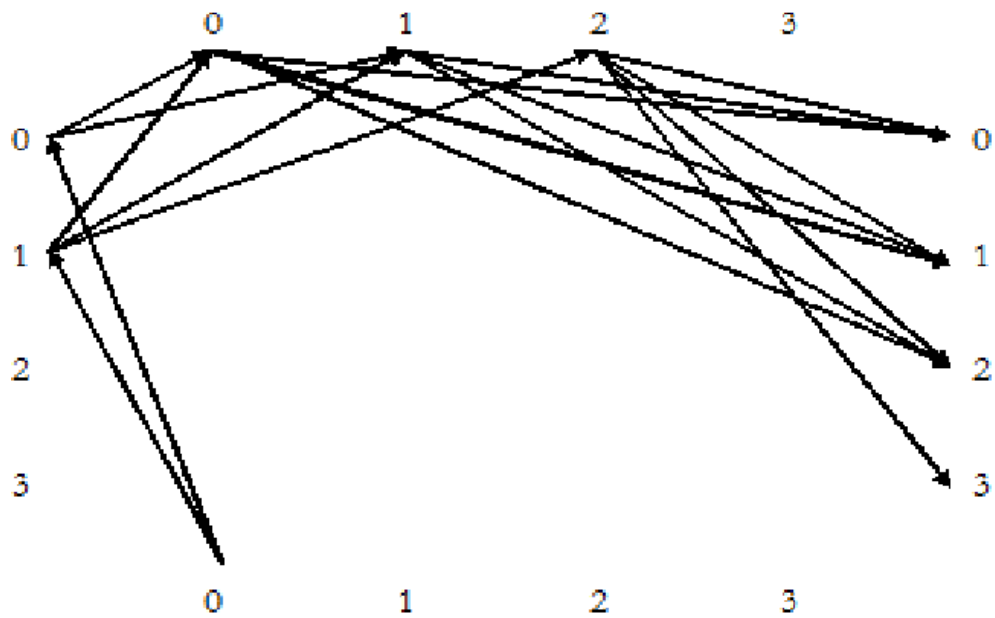
1. Struktur der Proto-Zahlen für $K = 4$:



Struktur der Deutero-Zahlen für $K = 4$:



Struktur der Trito-Zahlen für $K = 4$:



Dies ist eine weitere Möglichkeit, den Strukturzuwachs in den drei qualitativen Zahlssystemen derselben Kontextur aufzuzeigen (vgl. Kronthaler 1986, S. 33 f.).

Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

40. Der Zusammenhang von Mathematik, Semiotik und Logik

1. Nach Kronthaler (1986, S. 14 ff.) erreicht man die tiefste präsentative Ebene der Kenogramme und der Morphogramme, indem man entweder von einem repräsentativen System ausgeht und systematisch Wert-, Iterations- und Positionsabstraktion anwendet, oder aber, indem man Kenogramme als Platzhalter für ontologische Orte einführt und durch Wertebelegung aus $\mathbb{N} \cup \{0\}$ die Basiswissenschaften der Mathematik, der Logik und der Semiotik konstruiert. Dabei erhält man durch Abbildung aller natürlichen Zahlen zuzüglich der Null zunächst die Mathematik der Qualitäten (Kronthaler 1986, Mahler 1993), die polykontexturale Logik (Günther 1976-80) und die polykontexturale Semiotik (Toth 2003). Bei der anschließenden Monokontexturalisierung werden all jene Kenogramme entfernt, die für mehr als ein Subjekt der zweiwertigen aristotelischen Logik stehen, d.h. es gibt fortan nurmehr einen einzigen ontologischen Ort für ein „Porte-manteau“-Subjekt, das in der Regel mit der logisch-erkenntnistheoretischen Relation „Ich“ identifiziert und dem objektiven Es gegenübergestellt wird. Monokontexturalisierung bedeutet also im Einklang mit Hegel die Reduktion aller Qualitäten bis auf die eine Qualität der Quantität. Daraus folgt aber auch, dass polykontexturale Systeme keine Verwerfungen, sondern eine Art von (polykontexturalen) „Faserungen“ monokontexturaler Systeme darstellen.

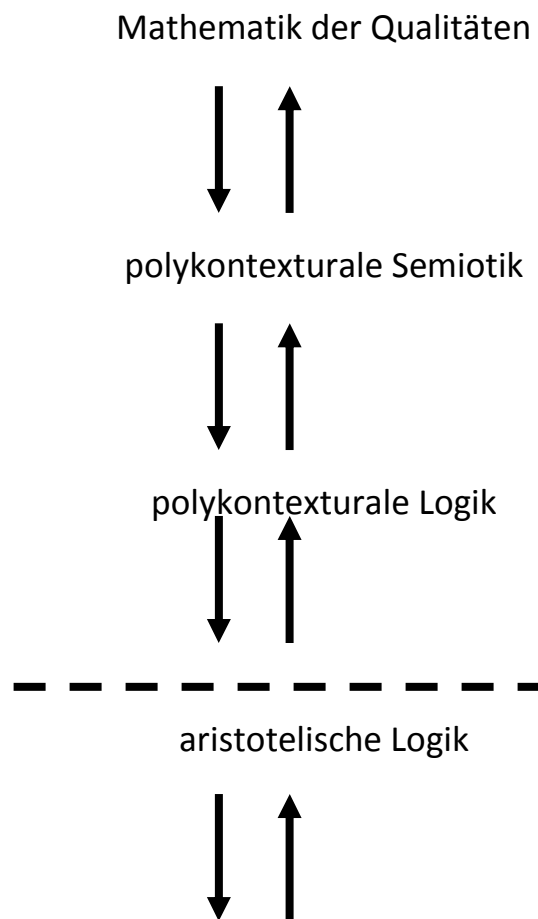
Nun ist es so, dass man für eine Mathematik der Qualitäten sämtliche Werte von aus $\mathbb{N} \cup \{0\}$ benötigt, wogegen dies im praktischen Fall für keine polykontexturale Logik der Fall ist, da z.B. die fundamentalen logisch-erkenntnistheoretischen Relationen von Ich, Du und Wir in einer 4-wertigen Logik Platz haben, denn sie

repräsentiert das objektive und das subjektive Subjekt und Objekt. Im Falle der polykontexturalen Semiotik hat kürzlich Kaehr (2008) gezeigt, dass im Prinzip folgendes Gesetz für das Verhältnis von relationaler Stelligkeit ($R(n)$) und der Anzahl der Kontexturen ($K(m)$) einer Semiotik gilt:

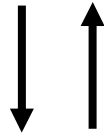
$$R(n) = K(n+1).$$

Dennoch genügt in der Praxis eine n -kontexturale Logik für eine n -kontexturale Semiotik, da wir in der Semiotik nicht das logische Problem des Auftretens von Fremdwerten $(n+1)$ -adischer Logiken in n -adischen Logiken besitzen. Ferner zeigt das Beispiel der triadischen Peirceschen Semiotik, dass diese mit einer dyadischen Logik auskommt, so dass also die Stelligkeit der Logik nicht nur gleich oder grösser, sondern auch sogar kleiner der Stelligkeit einer Semiotik sein kann.

2. Damit ergibt sich nun das folgende erste, tentative Modell des Verhältnisses bzw. des Zusammenspiels von Mathematik, Semiotik und Logik als Basis eines neuen wissenschaftstheoretischen Modells:



Peircesche Semiotik



Quantitative Mathematik

Die gestrichelte Linie markiert die Kontexturgrenze und zugleich eine Spiegelung im hierarchischen Aufbau der betreffenden poly- und monokontexturalen Wissenschaften. So folgt also z.B. die Logik im oberen, polykontexturalen Teil der Semiotik, aber im unteren, monokontexturalen Teil, folgt die Semiotik der Logik, d.h. setzt sie voraus, und dies ist also nur deshalb möglich, weil es im oberen Teil genau umgekehrt ist. Daraus folgt ebenfalls, dass die Mathematik der Qualitäten eine Art von Maximalstruktur einer Menge von Morphogrammen belegt mit Elementen aus $\mathbb{N} \cup \{0\}$ ist. Theoretisch kann man sich also zwischen

1. $0, 1 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

2. $0, 1, 2 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

3. $0, 1, 2, 3 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

⋮

n. $0, \dots, n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

eine ganze Hierarchie von durch ihre Relationalität definierten Wissenschaften vorstellen, die damit alle mengentheoretische Inklusionen bzw. morphogramatische Fragmente der Mathematik der Qualitäten sind und die ab der 3. Stufe ebenfalls als Semiotiken und ab der 2. Stufe ebenfalls als Logiken anzusprechen sind. Auf jeden Fall folgt schliesslich, dass der mathematische, der semiotische und der logische Aspekt nötig für die Struktur jeder Wissenschaft sind.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds.
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html> (2008)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

41. Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen

1. Dass die triadischen Peirce-Zahlen

$tdP = (1, 2, 3)$

quantitative Zahlen sind, bedarf nach ihrer Einführung als „Primzeichen“ durch Bense (1980) keiner Begründung.

2. Dass hingegen die trichotomischen Peirce-Zahlen

$ttP = (A, B, Z)$

qualitativ sind, wird hier im Anschluss an Toth (2009) gezeigt. Dort wurde bewiesen, dass die 3-kontexturalen Trito-Zeichen sämtliche 10 Peirceschen (sowie drei „irreguläre“, im folgenden gestirnte) Trichotomien erzeugen:

$000 \rightarrow (111), (222), (333)$

$001 \rightarrow (112), (113), (223)$

$010 \rightarrow *(121), *(232).$

011 → (122), (133), (233)

012 → (123),

mit denen wir dann, wenn wir sie in die folgenden Schemata einsetzen

(x.1 y.1 z.1)

(x.1 y.1 z.2)

(x.1 y.1 z.3)

(x.1 y.2 z.2)

(x.1 y.2 z.3)

(x.1 y.3 z.3)

(x.2 y.2 z.2)

(x.2 y.2 z.3)

(x.2 y.3 z.3)

(x.3 y.3 z.3)

und hernach $x = 3$, $y = 2$ und $z = 1$ setzen, die bekannten 10 Peirceschen Zeichenklassen bekommen. Die Trichotomien oder ttP sind also durch Trito-Systeme erzeugte Wertbelegungen qualitativer Zahlen.

3. Ein Hauptklassifikationsmerkmal, um quantitative und qualitative Zahlen voneinander zu unterscheiden, ist das System ihrer Nachfolger/Vorgänger-Typen. Während das System der quantitativen Zahlen durch die Peano-Axiome geregelt ist, wonach jede natürliche Zahl inkl. 0 einen eindeutig bestimmten Nachfolger und jede natürliche (exkl. 0) einen eindeutig bestimmten Vorgänger hat, sind die eindeutig-mehrmöglichen Nachfolger/Vorgängersysteme der qualitativen Zeichen durch Kronthaler (1986, S. 40 ff., 54 ff.) explizit dargestellt. Hier hängt die Anzahl der Nachfolger/Vorgänger von der Kontextur, d.h. der Länge der Zahl, von ihrer Struktur (Proto-, Deutero- und Trito) sowie vor allem davon ab, ob es nicht um

einen Intra- oder Trans-Nachfolger/Vorgänger (innerhalb oder ausserhalb der betreffenden Kontextur) handelt.

Dagegen ist das System der Vorgänger/Nachfolger bei den semiotischen Relational- oder Vermittlungszahlen eine Art von Synthese zwischen dem Peano-Nachfolgesystem der quantiativen tdP und dem eindeutig-mehrmöglichen Nachfolgesystem der qualitativen ttP. Wenn wir die quantitativen tdP als Kolonne und die qualitativen ttP als Zeile hinschreiben und die kartesischen Produkte bilden, erhalten wir die folgende semiotische Matrix von quanti-qualitativen bzw. quali-quantitativen Peirce-Zahlen

	A	B	C
1	1.A	1.B	1.C
2	2.A	2.B	2.C
3	3.A	3.B	3.C,

und das Nachfolge-/Vorgänger-System dieser Vermittlungszahlen sieht wie folgt aus:

$$\sigma(1.A) = \{(1.B), (2.A), (2.B)\}$$

$$\alpha(1.A) = \emptyset$$

$$\sigma(1.B) = \{(1.C), (2.A), (2.B)\}$$

$$\alpha(1.B) = \{(1.A)\}$$

$$\sigma(1.C) = \{(2.B), (2.C)\}$$

$$\alpha(1.C) = \{(1.B)\}$$

$$\sigma(2.A) = \{(3.A), (2.B), (3.B)\}$$

$$\alpha(2.A) = \{(1.A), (1.B)\}$$

$$\sigma(2.B) = \{(3.A), (3.B), (2.C), (3.C)\}$$

$$\alpha(2.B) = \{(1.A), (1.B), (2.A)\}$$

$$\sigma(2.C) = \{(3.B), (3.C)\}$$

$$\alpha(2.C) = \{(1.C), (2.B), (1.B)\}$$

$$\sigma(3.A) = \{(3.B)\}$$

$$\alpha(3.A) = \{(2.A), (2.B)\}$$

$$\sigma(3.B) = \{(3.C)\}$$

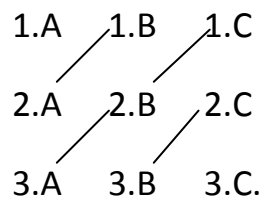
$$\alpha(3.B) = \{(2.A), (2.B), (3.A)\}$$

$$\sigma(3.C) = \emptyset$$

$$\alpha(3.C) = \{(2.B), (3.B), (2.C)\},$$

Für die Vermittlungszahlen (VZ) gelten also folgende Axiome:

1. Es keine zwei VZ mit den gleichen Nachfolgern und Vorgängern.
2. Die erste VZ hat keinen Vorgänger, die letzte VZ hat keinen Nachfolger.
3. Sei $VZ = (a.b)$, dann gilt: $\alpha(a.b) \neq \alpha(b.a)$.
4. Nachfolger/Vorgänger einer beliebigen VZ $(a.b)$ bedeutet, dass entweder a oder b oder beide Werte grösser/kleiner sind.
5. **Aufgrund von 4. gibt es also ganz neue, weder bei den quantitativen noch bei den qualitativen Zahlen bekannte Nachfolger-/Vorgänger-Typen: die unbestimmten VZ. Sie liegen auf den Nebendiagonalen der QQ-Matrix:**



Die Semiotik stellt damit gegenüber der bekannten quantitativen Mathematik (z.B. in der Einteilung der Bourbakis) und der qualitativen Mathematik (Kronthaler 1986/Mahler 1993) **eine dritte Art von Mathematik dar: die Mathematik der Vermittlungszahlen, die selbst als geordnete Paare von quantitativen und qualitativen bzw. von qualitativen und quantitativen Zahlen eingeführt sind.** Eine Mathematik kann also nicht vollständig sein, ohne alle drei Teilgebiete, d.h. Quantität, Qualität und ihre Vermittlung, zu betreiben.

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Quantitative und qualitative semiotische Zahlentheorie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

42. Kontexturierte Vermittlungszahlen und die Struktur des Werdens

1. Wie bekannt, wird das Sein durch die quantitativen Zahlen, basierend auf der 2-wertigen aristotelischen Logik, beschrieben. Wie Günther (1976-80) und Kronthaler (1986) gezeigt haben, kann das Nichts einerseits ergänzend und andererseits das Sein übergreifend durch die qualitativen Zahlen, basierend auf den mehrwertigen Günther-Logiken, im Rahmen einer Mathematik der Qualitäten beschrieben werden. Dass es zwischen dem quantitativen und dem qualitativen Zahlkonzept Vermittlungszahlen, von Bense (1975, S. 65 f.) als Relationszahlen bezeichnet, bedarf, war bereits Günther (1991, S. 431-479) klar, der einen ersten Versuch, ausgehend von der mehrwertigen Logik, machte.

2. In Toth (2009a) wurde nachgewiesen, dass die qualitativen Trito-Zahlen die Trichotomien von Zeichenklassen erzeugen, während die Triaden quantitative Zahlen sind. Jede Zeichenklasse ist daher aus geordneten Paaren zusammengesetzt, dessen erstes Glied eine quantitative und dessen zweites Glied eine qualitative Zahl ist:

Zkl = (3.A 2.B 1.C)

Schreibt man nun, wie in Toth (2009b) gezeigt, sowohl die quantitativen triadischen Peirce-Zahlen (tdP) als auch die qualitativen trichotomischen Peirce-Zahlen (ttP) einmal als Zeile und einmal als Spalte und bestimmt man die kartesischen Produkte, so erhält man eine Matrix, welche nicht nur die reinen semiotischen Quantitäten und die reinen semiotischen Qualitäten, sondern auch die quanti-qualitativen sowie die quali-quantitativen Vermittlungszahlen enthält:

	A	B	C	1	2	3
1	1.A	1.B	1.C	1.1	1.2	1.3
2	2.A	2.B	2.C	2.1	2.2	2.3
3	3.A	3.B	3.C	3.1	3.2	3.3
A	A.A	A.B	A.C	A.1	A.2	A.3
B	B.A	B.B	B.C	B.1	B.2	B.3
C	C.A	C.B	C.C	C.1	C.2	C.3,

d.h. eine Matrix mit folgenden 4 Blöcken:

Quantitativ-qualitative Zahlen	Quantitative Zahlen
Qualitative Zahlen	Qualitativ-quantitative Zahlen

3. Wenn nun Zeichenklassen der Form

(3.1 2.1 1.1)

die semiotische reine Quantität und also das Sein beschreiben, Zeichenklassen der Form

(C.A. B.A. A.A)

die semiotische reine Qualität und also das Nichts beschreiben, dann beschreiben Zeichenklassen der Form

(C.1 B.1 A.1)

die semiotische qualitative Quantität, und Zeichenklassen der Form

(3.A 2.A 1.A)

beschreiben die semiotische quantitative Qualität, d.h. die Vermittlungsklassen dienen zur Beschreibung des Werdens, das nach Hegel sowohl dem Sein als auch dem Nichts adjazent ist. Wenn man nun $A, B, C \in \{.1, .2, .3\}$ setzt und diese Vermittlungsklassen so, wie Kaehr es für Peircesche Zeichenklassen getan hat, kontexturiert, wobei über die Kontexturierung die folgende Matrix orientiert

$$\left(\begin{array}{ccc} 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{array} \right)$$

dann hat man offenbar alle kontexturierten Vermittlungszahlen gefunden, welche das Werden im Rahmen einer triadisch-trichotomischen 3-kontextuellen Semiotik strukturieren.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Quantitative, qualitative und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

43. Die zwei kontexturierten Matrizen des Werdens und ihre relationalen Verbindungen

Ausgehend von der vollständigen quantitativ-qualitativen semiotischen Matrix (Toth 2009)

	A	B	C	1	2	3
1	1.A	1.B	1.C	1.1	1.2	1.3
2	2.A	2.B	2.C	2.1	2.2	2.3
3	3.A	3.B	3.C	3.1	3.2	3.3
A	A.A	A.B	A.C	A.1	A.2	A.3
B	B.A	B.B	B.C	B.1	B.2	B.3
C	C.A	C.B	C.C	C.1	C.2	C.3,

erhält man in den beiden Blöcken entlang der Hauptdiagonalen die quantitativ-qualitative und die qualitativ-quantitative Teilmatrix, die als Matrizen des Werdens den beiden Matrizen des Seins und des Nichts adjazent sind. Diese

beiden Matrizen sind zueinander dual, insofern für jede beliebige Zeichenklasse der Form (3.A 2.A 1.A) sowie der Form (C.1 B.1 A.1) gilt:

$$\times(3.A\ 2.A\ 1.A) = (A.1\ A.2\ A.3)$$

$$\times(C.1\ B.1\ A.1) = (1.A\ 1.B\ 1.C).$$

Ausgehend von diesem Zusammenhang kann man die beiden Matrizen wie folgt kontexturieren:

$$\left(\begin{array}{ccc} 1.A_{1,3} & 1.B_1 & 1.C_3 \\ 2.A_1 & 2.B_{1,2} & 2.C_2 \\ 3.A_3 & 3.B_2 & 3.C_{2,3} \end{array} \right)$$

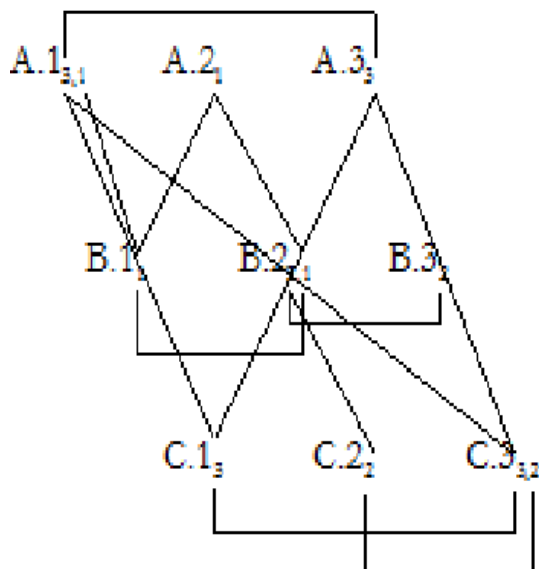
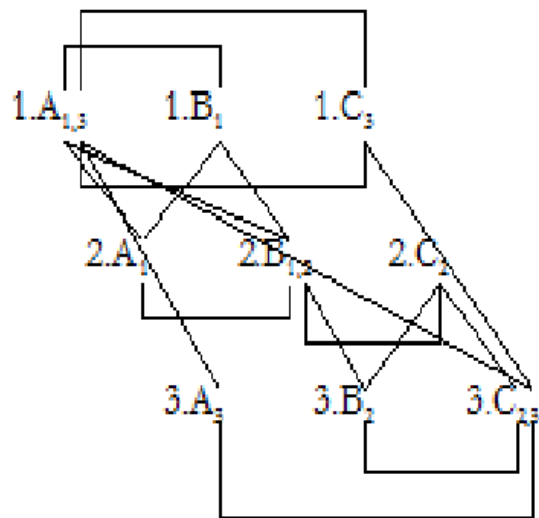
$$\left(\begin{array}{ccc} A.1_{3,1} & A.2_1 & A.3_3 \\ B.1_1 & B.2_{2,1} & B.3_2 \\ C.1_3 & C.2_2 & C.3_{3,2} \end{array} \right)$$

d.h. es gilt also für jedes Subzeichen

$$\times(1.A)_{\alpha,\beta} = (A.1)_{\beta\alpha}$$

$$\times(A.1)_{\beta,\alpha} = (1.A)_{\alpha,\beta}.$$

Damit ergeben sich also einerseits statische Zusammenhänge des Werdens durch die Subzeichen und andererseits dynamische Zusammenhänge des Werdens über die Kontexturenzahlen:



Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds.
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html> (2008)

Toth, Alfred, Kontexturierte Vermittlungszahlen und die Struktur des Werdens. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

44. Zwei kardinale semiotische Masszahlen

1. Bevor die Aufsätze (Toth 2008a, b) erschienen waren, gab es nur ein kardinale semiotisches Mass: die von Bense eingeführten Repräsentationswerte (vgl. Bense/Walther 1973, S. 85). Hierzu werden die von uns so bezeichneten triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen als natürliche Zahlen aufgefasst und von allen Subzeichen die Quersummen errechnet, d.h.

$$\text{tdP} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$\text{ttP} \rightarrow \mathbb{N}$$

Dieses Verfahren ist allein deshalb fragwürdig, weil es als dritte semiotische Zahlen noch die (vermittelnden) Relationszahlen gibt; so gilt nach Bense

$$\text{Rpw}(1.2) = \text{Rpw}(2.1) = 3$$

$$\text{Rpw}(1.3) = \text{Rpw}(3.1) = 4$$

$$\text{Rpw}(2.3) = \text{Rpw}(3.2) = 5,$$

wobei stillschweigend unterstellt wird, dass ein trichotomischer Schritt ebenso viel „wiegt“ wie ein triadischer, obwohl andererseits Trichotomien als „Feindifferenzierungen der Triaden“ aufgefasst werden. Nun ist aber die ordinale Gradation nach Peano das Hauptkriterium, um von der Reihe der natürlichen Zahlen zu sprechen; gerade dieses Kriterium ist jedoch bei den Peirce-Zahlen nicht erfüllt; davon abgesehen, dass sie keine lineare Progression kennen. So ist etwa bei den obigen Paaren (1.2) : (2.1), (1.3) : (3.1), (2.3) : (3.2) nicht klar, ob die Bewegung vorwärts oder rückwärts geht. Ausser flächigem Zählen kennen die Peirce-Zahlen ferner das diagonale Zählen – eben genau bei den Relationszahlen, die sowohl zwischen tdP als auch zwischen ttP vermitteln (Toth 2009a, b).

2. Eine weitere Möglichkeit eines kardinalen semiotischen Masses sind die Valenzzahlen, die sich pro Subzeichen danach berechnen, wie viele „unmittelbar benachbarte“ Subzeichen es „regiert“. Dieser freilich mit der gegebenen quantitativen Mathematik schwer präziser ausdrückbare Sachverhalt meint, dass eine Peirce-Zahl nicht per se (wie die natürlichen Zahlen und sämtliche übrigen quantitativen Zahlen), sondern nur abhängig von ihrer Position in der semiotischen Matrix über einen bestimmten, einzig von ihrer Relation abhängigen Valenzwert hat. Die Valenzwertbestimmung geht also aus von der folgenden Matrix:

1.1 ⇔ 1.2 ⇔ 1.3

↓↑ ↗↘ ↖↙ ↓↑ ↗↘ ↖↙ ↓↑

2.1 ⇔ 2.2 ⇔ 2.3

↓↑ ↗↘ ↖↙ ↓↑ ↗↘ ↖↙ ↓↑

3.1 ⇔ 3.2 ⇔ 3.3

Die entsprechende Valenzzahl-Matrix sieht also wie folgt aus

3	5	3
4	8	5
3	5	3,

während die repräsentationswertige Matrix wie folgt aussieht:

2	3	4
3	4	5
4	5	6

Die beiden Wert-Matrizen stimmen also nur für die Relationalzahl (2.3) : (3.2) überein.

Bibliographie

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Semiotic valence numbers. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Bond structures of sign classes. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2008b

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

45. n-ads and nth contextures

(Engl. Original-Beitrag, nicht übers.)

1. In Toth (2009), I had mapped the 9 sub-signs of the 3-contextural semiotic 3×3 matrix onto the first 3 contextures of the system of qualitative numbers, here containing also the three number structures of proto-, deuterio- and trito-numbers:

Proto	Deutero	Trito	Deci	
0	0	(1.1), (1.2), (2.1), (2.2)	0 0	C1
00 01	00 01	(2.2), (2.3), (3.2), (3.3)	00 0 01 1	C2
000 001 012	000 001 012	(1.1), (1.3), (3.1), (3.3)	000 0 001 1 010 3 011 4 012 5	C3

However, if we disregard the identitive morphisms which appear in 2 contextures in a 3-contextural semiotics (in 3 contextures in a 4-contextural semiotic, etc.), we can easily see that there are connections between the value of a semiotic relation and its corresponding contexture:

K1: 0 (1.1), (1.2), (2.1) monads

K2: 00, 01 (2.2), (2.3), (3.2) dyads

K3: 000, 001, 010, 011, 012 (3.3), (3.1), (1.3) triads

Form the way how the sub-signs are ordered now, one can see that n-ads belong to n-th contextures, with the exception that the dual sub-signs are always in the same contextures. The double appearance of the genuine sub-signs serves the decomposition of the respective matrices, cf. Günther (1979, pp. 231 ss.).

2. In a next step we have to ask what the differentiation between the three qualitative number structures means for semiotics. Since all three have to be mapped on the 9 sub-signs of the semiotic 3×3 matrix, it is a priori senseless to take over the definitions based on length and iteration/ accretion of keno-symbols which work for qualitative numbers, but not for signs.

2.1. As a proto-sign we define a pair (m:n) consisting of a semiotic (i.e. triadic or trichotomic) value m and the occurrence of this value inside of a sign relation (dyad, triad). E.g., (2.1) = (2:1) (1:1); (2.2) = (2:2). As one sees, in most cases, sub-signs have to be represented by pairs of pairs of proto-signs rather than by pairs alone.

Therefore, the semiotic proto-matrix looks as follows:

(1:2) — (1:1) (2:1) (1:1) (3:1)

(2:1) (1:1) (2:2) — (2:1) (3:1)

(3:1) (1:1) (3:1) (2.:1) (3:2) —

2.2. As a deutero-sign we define an “exponential” function m^n consisting of a semiotic (i.e. triadic or trichotomic) value m and the occurrence of this value inside of a sign relation (dyad, triad). E.g., (2.1) = 2^1 ; (2.2) = 2^2 . However, this is not just another writing of the pair-notation for proto-signs. There are two most important differences:

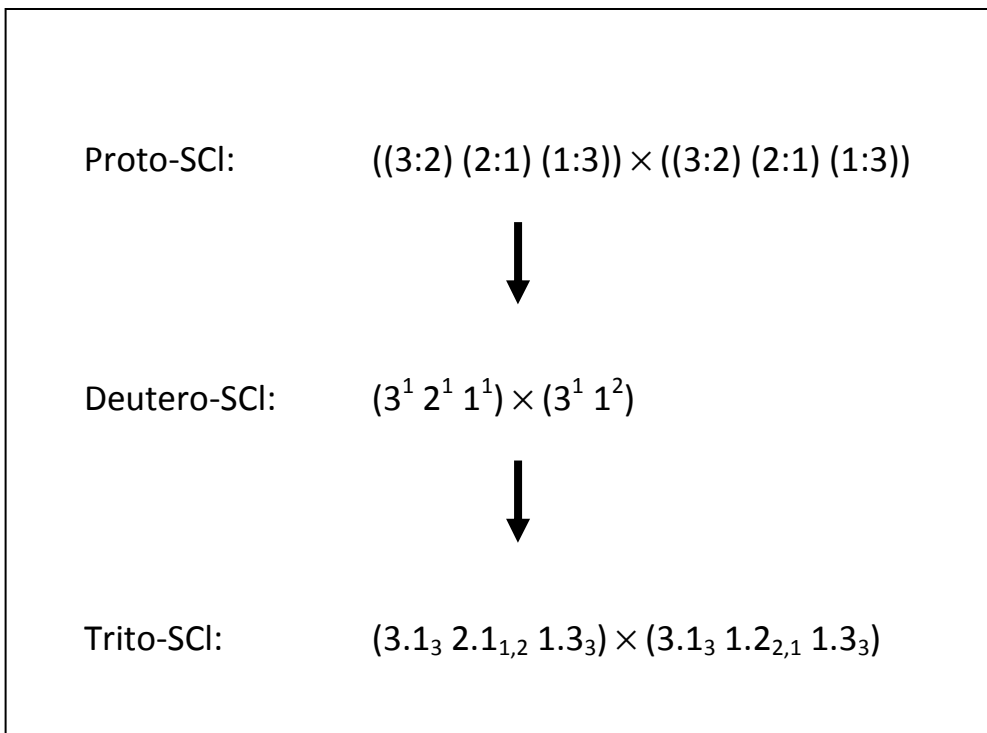
1. It is impossible to note the contextures (inner semiotic environments) to the proto-sign notation (e.g. $3.1_3 2.2_{1,2} 1.3_3 \neq (3:2 2:2 1:2)$).

2. The deutero-sign notation, already introduced in Toth (2007, p. 215), allows a “ligature”-writing especially for reality thematics. (E.g. $(3.1 2.3 1.3 \times 3.1 3.2 1.3) = 3^2 1^1$; $(3.3 2.3 1.3 \times 3.1 3.2 3.3) = 3^3$, etc.). So, outside of well-defined sign classes and their bijective mappings to reality thematics, the fundamental-categorial or trito-structure may be reconstructible form the deutero-structure. Unlike the trito-notation, the deutero-notation also allows to show the inner structures of

thematizing and thematized realities in reality thematics (cf. Toth 2007, pp. 215 ss.).

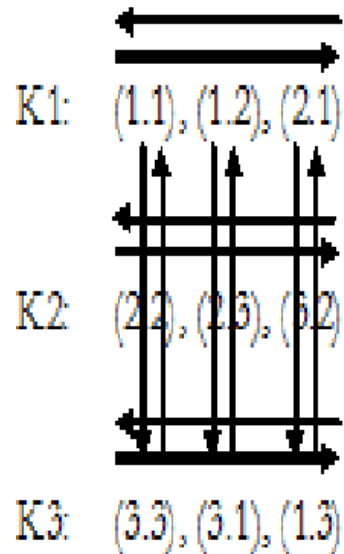
2.3. As a trito-sign we define a regular numeric sign class together with its semiotic contextures in the form of inner semiotic environments (Kaehr 2008). Through dualization we get the corresponding reality thematics in which not only the order of the sub-signs and the prime-signs, but also the order of the contextual indices are turned around (semiotic diamond theory). E.g. $(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$.

2.4. E.g., we have for the notation of the sign class $(3.1 \ 2.1 \ 1.3)$ in the proto-, deutero- and trito-structure:



3. In a third and last step, we can now determine the intra- and trans-successors and predecessors of every sub-sign per contexture and per qualitative number structure. However, in the case of semiotics, this is trivial, at least as long we stay

in 3 contextures as we did up to now: Every sub-sign is at the same time the predecessor and the successor of every sub-sign.



Bibliography

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik.
Vol. 2. Hamburg 1979

Kaehr, Rudolf, Toth's semiotic diamonds.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf>

2009)

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007, 2.
Aufl. 2008

Toth, Alfred, Decimal equivalents for 3-contextural sign classes. In: Electronic
Journal of Mathematical Semiotics, 2009

46. A 3-contextural semiotic 3×6 matrix

(Engl. Original-Beitrag, nicht übers.)

1. Let us compare the following 4 combinations of sub-signs and contextures:

$(a.b)_{1,2}$, $(a.b)_{2,1}$; $(b.a)_{1,2}$, $(b.a)_{2,1}$

An unwritten rule of polycontextural semiotic matrices is that one and the same matrix must not contain both morphisms and hetero-morphisms, but only morphisms and inverse morphisms:

	1	2	3
1	$(1.1)_{1,3}$	$(1.2)_1$	$(1.3)_3$
2	$(2.1)_1$	$(2.2)_{1,2}$	$(2.3)_2$
3	$(3.1)_3$	$(3.2)_2$	$(3.3)_{2,3}$

Since each Peircean sign class possesses its dual reality thematic and since its dual dyads consist of hetero-morphisms, it follows that in order to display a full elementary semiotic system, consisting of sign- and reality thematics, one semiotic matrix is not enough like in monocontextural systems. In other words, we either use for polycontextural sign relations two or more matrices (in order also to represent the “mediative” morphisms between morphism and hetero-morphisms), or we change from 3×6 to a 3×9 (... 4×16 , ...) matrix:

	1	2	3
1	$(1.1)_{1,3}$ $(1.1)_{3,1}$	$(1.2)_1$ $(2.1)_1$	$(1.3)_3$ $(3.1)_3$
2	$(2.1)_1$ $(1.2)_1$	$(2.2)_{2,1}$ $(2.2)_{1,2}$	$(2.3)_2$ $(3.2)_2$
3	$(3.1)_3$ $(1.3)_3$	$(3.2)_2$ $(2.3)_2$	$(3.3)_{2,3}$ $(3.3)_{3,2}$

2. When we now construct the 10 Peircean sign classes, we get 10 elementary semiotic systems of hexadic-trichotomic sign classes:

(3.1 1.3 2.1 1.2 1.1 1.1) × (1.1.1.1 2.1 1.2 3.1 1.3)

(3.1 1.3 2.1 1.2 1.2 2.1) × (2.1 1.2 2.1 1.2 3.1 1.3)

(3.1 1.3 2.1 1.2 1.3 3.1) × (1.3 3.1 2.1 1.2 3.1 1.3)

(3.1 1.3 2.2 2.2 1.2 2.1) × (1.2 2.1 2.2 2.2 3.1 1.3)

(3.1 1.3 2.2 2.2 1.3 3.1) × (1.3 3.1 2.2 2.2 3.1 1.3)

(3.1 1.3 2.3 3.2 1.3 3.1) × (1.3 3.1 3.2 2.3 3.1 1.3)

(3.2 2.3 2.2 2.2 1.2 2.1) × (1.2 2.1 2.2 2.2 3.2 2.3)

(3.2 2.3 2.2 2.2 1.3 3.1) × (1.3 3.1 2.2 2.2 2.3 2.3)

(3.2 2.3 2.3 3.2 1.3 3.1) × (1.3 3.1 2.3 3.2 3.2 2.3)

(3.3 3.3 2.3 3.2 1.3 3.1) × (1.3 3.1 3.2 3.2 3.3 3.3)

All 6-adic 3-otomic sign classes are of “weaker eigenreality”, like the Genuine Category Class (cf. Bense 1992, p. 40). And every pair of dyads contains the corresponding object-relation to its subject-relation and the corresponding subject-relation to its object-relation. Thus, these 10 6-adic 3-otomic sign classes are complete hybrids as far as the epistemological relations of the whole sign classes and their reality thematics as well as their constituting sub-signs concerns. In addition, they are fully symmetric in their contextures.

Bibliography

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

47. 3-contextural 3-adic semiotic systems

(Engl. Original-Beitrag, nicht übers.)

1. The following 3-contextural-3-adic semiotic matrix, suggested by Kaehr (2008)

$$\left(\begin{array}{ccc} 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{array} \right)$$

is not the only 3-contextural 3-adic semiotic matrix. Based on Günther (1979, pp. 231 ss.), we shall state two basic rules for the design of semiotic matrices:

1. The first element of the first row and column, $A(1,1) = 1$.
2. The matrix must contain at least once the three fundamental categories (1, 2, 3) making up a 3-adic matrix.

However, rule 2 allows a big number of matrices which consist mainly out of 1's or 2's or 3's and thus reduce the changes that a sub-sign appears in more than 1 contexture, massively. Therefore, it seems to be appropriate if we restrict the above two rules by the following additional rule:

3. The 1. row of a 3-contextural 3-adic semiotic matrix contain only permutations of {1, 3};

The 2. row of a 3-contextural 3-adic semiotic matrix contain only permutations of {1, 2};

The 3. row of a 3-contextural 3-adic semiotic matrix contain only permutations of {2, 3}.

Since the elements $A(x,x)$ or $i = y$, i.e. the elements of the main diagonal are the only elements in a 3-contextural matrix that lie in 3 contextures, we get the following possibilities for the 1. row of a 3-contextural 3-adic semiotic matrix:

$$A(1,1) = \{(1,2), (1,3), (2,3)\}$$

$$A(1,2) = A(1,3) = \{1, 2, 3\}$$

Then, we have for the 2. and 3. row:

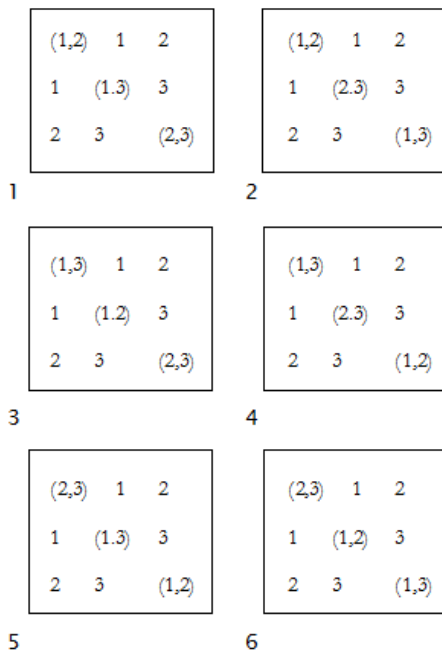
$$A(2,1) = A(2,3) = \{1, 2, 3\}$$

$$A(2,2) = \{(1,2), (1,3), (2,3)\}$$

$$A(3,1) = A(3,2) = \{1, 2, 3\}$$

$$A(3,3) = \{(1,2), (1,3), (2,3)\}$$

2. We will now have a look at the 48 different 3-contextural 3-adic matrices.



(1,2)	2	1
2	(1,3)	3
1	3	(2,3)

7

(1,2)	2	1
2	(2,3)	3
1	3	(1,3)

8

(1,3)	2	1
2	(1,2)	3
1	3	(2,3)

9

(1,3)	2	1
2	(2,3)	3
1	3	(1,2)

10

(2,3)	2	1
2	(1,3)	3
1	3	(1,2)

11

(2,3)	2	1
2	(1,2)	3
1	3	(1,3)

12

(1,2)	1	3
1	(1,3)	2
3	2	(2,3)

13

(1,2)	1	3
1	(2,3)	2
3	2	(1,3)

14

(1,3)	1	3
1	(1,2)	2
3	2	(2,3)

15

(1,3)	1	3
1	(2,3)	2
3	2	(1,3)

16

(2,3)	1	3
1	(1,3)	2
3	2	(1,2)

17

(2,3)	1	3
1	(1,2)	2
3	2	(1,3)

18

(1,2)	3	1
3	(1,3)	2
1	2	(2,3)

19

(1,2)	3	1
3	(2,3)	2
1	2	(1,3)

20

(1,3)	3	1
3	(1,2)	2
1	2	(2,3)

21

(1,3)	3	1
3	(2,3)	2
1	2	(1,3)

22

(2,3)	3	1
3	(1,3)	2
1	2	(1,2)

23

(2,3)	3	1
3	(1,2)	2
1	2	(1,3)

24

(1,2)	1	2
1	(1,3)	3
2	3	(2,3)

25

(1,2)	1	2
1	(2,3)	3
2	3	(1,3)

26

(1,3)	1	2
1	(1,2)	3
2	3	(2,3)

27

(1,3)	1	2
1	(2,3)	3
2	3	(1,3)

28

(2,3)	1	2
1	(1,3)	3
2	3	(1,2)

29

(2,3)	1	2
1	(1,2)	3
2	3	(1,3)

30

(1,2)	2	1
2	(1,3)	3
1	3	(2,3)

31

(1,2)	2	1
2	(2,3)	3
1	3	(1,3)

32

(1,3)	2	1
2	(1,2)	3
1	3	(2,3)

33

(1,3)	2	1
2	(2,3)	3
1	3	(1,3)

34

(2,3)	2	1
2	(1,2)	3
1	3	(1,3)

35

(2,3)	2	1
2	(1,3)	3
1	3	(1,2)

36

(1,2)	1	3
1	(1,3)	2
3	2	(2,3)

37

(1,2)	1	3
1	(2,3)	2
3	2	(1,3)

38

(1,3)	1	3
1	(1,2)	2
3	2	(2,3)

39

(1,3)	1	3
1	(2,3)	2
3	2	(1,3)

40

(2,3)	1	3
1	(1,3)	2
3	2	(1,2)

41

(2,3)	1	3
1	(1,2)	2
3	2	(1,3)

42

(1,2)	3	1
3	(1,3)	2
1	2	(2,3)

43

(1,2)	3	1
3	(2,3)	2
1	2	(1,3)

44

(1,3)	3	1
3	(1,2)	2
1	2	(2,3)

45

(1,3)	3	1
3	(2,3)	2
1	2	(1,3)

46

(2,3)	3	1
3	(1,3)	2
1	2	(1,2)

47

(2,3)	3	1
3	(1,2)	2
1	2	(1,3)

48

3. Finally, we come to the actual 3-contextural 3-adic semiotic systems. They are based on the 48 3×3 3-contextural matrices, but it is not enough anymore to note them in the form of semiotic dual systems consisting of sign class plus dual reality thematic. First, polycontextural sign classes are not dual, but complementary, since not only the sub-signs, but also their indices are converted. And, generally, as has been pointed out in earlier works, we have now to distinguish between 4 and not only 2 “standard semiotic forms” whose union we shall call “semiotic system”:

1. $(a.b)_{i,j}$ 3. $(b.a)_{i,j}$

2. $(a.b)_{j,i}$ 4. $(b.a)_{j,i}$

Therefore, monocontextural dualization appears in two forms (nos. 3 and 4), but non-dualized forms do, too (nos. 1 and 2), and we better rename/name the 4 semiotic operations:

1. $Nm(a.b)_{i,j} = (a.b)_{i,j}$ (morphismic normal form)

2. $Nh(a.b)_{i,j} = (a.b)_{j,i}$ (heteromorphismic normal form)

3. $R(a.b)_{i,j} = (b.a)_{i,j}$ (reflection)

4. $D(a.b)_{i,j} = (b.a)_{j,i}$ (dualization)

(In n -contextural semiotic systems with $n > 3$, “mediative morphismic normal forms” appear; cf. Toth 2009.)

On the following pages, I will now present all 48 3-contextural semiotic systems in their 4 standard semiotic forms.

3-contextural semiotic system 1/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,3} 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{1,3} 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,3} 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 1.3 ₂)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 2/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{2,3} 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{2,3} 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{2,3} 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 1.3 ₂)
(3.2 ₃ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,2} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{2,3} 3.2 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{2,3} 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{2,3} 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 2.3 ₃)

(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 3/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{1,3})	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{3,1})	(1.1 _{1,3} 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(1.1 _{3,1} 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,2} 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{1,2} 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,2} 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{1,2} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 1.3 ₂)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,2} 3.2 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{1,2} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,2} 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 2.2 _{1,2} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 4/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{1,3})	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{3,1})	(1.1 _{1,3} 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(1.1 _{3,1} 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{2,3} 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{2,3} 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{2,3} 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 1.3 ₂)

(3.2 ₃ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,2} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{2,3} 3.2 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{2,3} 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{2,3} 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,2} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.3 _{2,1} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{1,2})	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 3.3 _{2,1})

3-contextural semiotic system 5/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(3.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,3} 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{1,3} 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,3} 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 1.3 ₂)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,2} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.3 _{2,1} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{1,2})	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 3.3 _{2,1})

3-contextural semiotic system 6/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,2} 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₂)

(3.1 ₂ 2.2 _{1,2} 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,2} 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 1.3 ₂)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,2} 3.2 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,2} 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 7/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,3} 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.2 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(2.1 ₂ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 8/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 1.2 ₂ 1.3 ₁)

(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{2,3} 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{2,3} 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{2,3} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{2,3} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 1.3 ₁)
(3.2 ₃ 2.2 _{2,3} 1.2 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,2} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{2,3} 3.2 ₃)	(2.1 ₂ 2.2 _{3,2} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{2,3} 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{2,3} 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 9/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{3,1})	(1.1 _{1,3} 1.2 ₂ 1.3 ₁)	(1.1 _{3,1} 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(2.1 ₂ 1.2 ₂ 1.3 ₁)	(2.1 1.2 1 ₂ .3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.2 ₂)	(2.1 ₂ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(2.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.2 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.2 ₂)	(2.1 ₂ 2.2 _{1,2} 2.3 ₃)	(2.1 ₂ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 2.3 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 2.3 ₃)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 10/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 1.2 ₂ 1.3 ₁)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(2.1 ₂ 1.2 ₂ 1.3 ₁)	(2.1 ₂ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₁ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₁ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.2 ₂)	(2.1 ₂ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(2.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.2 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.2 ₂)	(2.1 ₂ 2.2 _{1,2} 2.3 ₃)	(2.1 ₂ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 2.3 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 2.3 ₃)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 11/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,3} 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.2 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(2.1 ₂ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)

(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,2} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.3 _{2,1} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{1,2})	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{2,1})

3-contextural semiotic system 12/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{2,3})	(1.1 _{2,3} 2.1 3.1 ₁)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(1.2 2.1 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.2 ₂)	(1.2 2.2 _{1,2} 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,2} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.2 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.2 ₂)	(1.2 2.2 _{1,2} 3.2)	(2.1 ₂ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,2} 3.2)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 3.2)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.3 _{1,3} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 3.3 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 13/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,3} 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,3} 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,3} 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 1.3 ₃)

(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 14/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,2} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{2,3} 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{2,3} 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{2,3} 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 1.3 ₃)
(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 15/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{1,3})	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{3,1})	(1.1 _{1,3} 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(1.1 _{3,1} 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,2} 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)

(3.1 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,2} 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 1.3 ₃)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 16/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{1,3})	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{3,1})	(1.1 _{1,3} 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(1.1 _{3,1} 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,2} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{2,3} 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{2,3} 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{2,3} 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 1.3 ₃)
(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 17/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,3} 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,3} 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,3} 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 1.3 ₃)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,2} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.3 _{2,1} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{1,2})	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{2,1})

3-contextural semiotic system 18/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,2} 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,2} 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 1.3 ₃)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)

(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 19/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(1.2 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 1.2 ₃ 1.3 _{1,3})
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,3} 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.2 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 20/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(1.2 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 1.2 ₃ 1.3 _{1,3})
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{2,3} 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{2,3} 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{2,3} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{2,3} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 1.3 ₁)

(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.2 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 21/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{3,1})	(1.1 _{1,3} 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(1.1 _{3,1} 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(1.2 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 1.2 ₃ 1.31 ₃)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,2} 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,2} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.2 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(2.1 ₃ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 22/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{3,1})	(1.1 _{1,3} 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(1.1 _{3,1} 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(1.2 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 1.2 ₃ 1.31 ₃)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{2,3} 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{2,3} 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)

(3.1 ₁ 2.2 _{2,3} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{2,3} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.2 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,2} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.3 _{2,1} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{1,2})	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{2,1})

3-contextural semiotic system 23/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(1.2 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 1.2 ₃ 1.3 _{1,3})
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,3} 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.2 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,2} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.3 _{2,1} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{1,2})	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{2,1})

3-contextural semiotic system 24/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(1.2 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 1.2 ₃ 1.3 ₁)

(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,2} 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,2} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.2 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(2.1 ₃ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 25/48

(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,3} 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{1,3} 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,3} 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 1.3 ₂)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 26/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{2,3} 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{2,3} 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{2,3} 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 1.3 ₂)
(3.2 ₃ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,2} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{2,3} 3.2 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{2,3} 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{2,3} 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 27/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{1,3})	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{3,1})	(1.1 _{1,3} 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(1.1 _{3,1} 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,2} 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{1,2} 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,2} 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 1.3 ₂)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,2} 3.2 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,2} 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)

(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 28/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{1,3})	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{3,1})	(1.1 _{1,3} 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(1.1 _{3,1} 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{2,3} 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{2,3} 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{2,3} 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 1.3 ₂)
(3.2 ₃ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,2} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{2,3} 3.2 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{2,3} 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{2,3} 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,2} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 29/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,3} 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{1,3} 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,3} 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 1.3 ₂)

(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,2} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.3 _{2,1} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{1,2})	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{2,1})

3-contextural semiotic system 30/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.1 ₁ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.1 ₁ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,2} 3.1 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.2 _{1,2} 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,2} 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₂)
(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.1 ₂)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 1.3 ₂)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,2} 3.2 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.2 _{1,2} 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₂ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₃ 1.3 ₂)	(1.3 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₂ 2.3 ₃ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 31/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,3} 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)

(3.1 ₁ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.2 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(2.1 ₂ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 32/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{2,3} 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{2,3} 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{2,3} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{2,3} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.2 ₃ 2.2 _{2,3} 1.2 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,2} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{2,3} 3.2 ₃)	(2.1 ₂ 2.2 _{3,2} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{2,3} 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{2,3} 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 33/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{3,1})	(1.1 _{1,3} 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(1.1 _{3,1} 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 1.2 ₂ 1.3 ₁)

(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,2} 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,2} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.2 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,2} 3.2 ₃)	(2.1 ₂ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,2} 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 34/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{3,1})	(1.1 _{1,3} 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(1.1 _{3,1} 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{2,3} 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{2,3} 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{2,3} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{2,3} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.2 ₃ 2.2 _{2,3} 1.2 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,2} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{2,3} 3.2 ₃)	(2.1 ₂ 2.2 _{3,2} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{2,3} 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{2,3} 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,2} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.3 _{2,1} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{1,2})	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{2,1})

3-contextural semiotic system 35/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,2} 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,2} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.2 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,2} 3.2 ₃)	(2.1 ₂ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,2} 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 36/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,3} 1.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(2.1 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.2 ₂)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.2 ₂)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(2.1 ₂ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)
(3.2 ₃ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₃)

(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.2 ₃ 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.2 ₃)	(3.1 ₁ 3.2 ₃ 2.3 ₃)
(3.3 _{1,2} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(3.3 _{2,1} 2.3 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{1,2})	(3.1 ₁ 2.3 ₃ 3.3 _{2,1})

3-contextural semiotic system 37/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(2.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,3} 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,3} 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,3} 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 1.3 ₃)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 38/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(2.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₂ 2.2 _{2,3} 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{2,3} 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{2,3} 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 1.3 ₃)

(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 39/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{1,3})	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{3,1})	(1.1 _{1,3} 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(1.1 _{3,1} 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(2.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,2} 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,2} 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 1.3 ₃)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 40/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{1,3})	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{3,1})	(1.1 _{1,3} 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(1.1 _{3,1} 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(2.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₂ 2.2 _{2,3} 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)

(3.1 ₃ 2.2 _{2,3} 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{2,3} 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 1.3 ₃)
(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,2} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.3 _{2,1} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{1,2})	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{2,1})

3-contextural semiotic system 41/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(2.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,3} 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,3} 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,3} 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 1.3 ₃)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.2 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,2} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.3 _{2,1} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{1,2})	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{2,1})

3-contextural semiotic system 42/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(2.1 ₂ 1.2 ₁ 1.3 ₃)

(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.1 ₁ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.1 ₁ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 1.2 ₁ 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₂ 2.2 _{1,2} 3.1 ₃)	(2.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,2} 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)
(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.1 ₃)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 1.3 ₃)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.2 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.2 ₁)	(1.2 ₁ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(2.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₃ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₂ 1.3 ₃)	(1.3 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₃ 2.3 ₂ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 43/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,3} 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.2 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 44/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{1,2})	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{2,1})	(1.1 _{1,2} 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(1.1 _{2,1} 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{2,3} 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{2,3} 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)
(3.1 ₃ 2.2 _{2,3} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{2,3} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.2 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{3,1})

3-contextural semiotic system 45/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{3,1})	(1.1 _{1,3} 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(1.1 _{3,1} 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,2} 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,2} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.2 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(2.1 ₃ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)

(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{2,3} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.3 _{3,2} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{3,2})

3-contextural semiotic system 46/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{3,1})	(1.1 _{1,3} 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(1.1 _{3,1} 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{2,3} 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{2,3} 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)
(3.1 ₃ 2.2 _{2,3} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{2,3} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.2 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{2,3} 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,2} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{2,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,2} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,2} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.3 _{2,1} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{1,2})	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{2,1})

3-contextural semiotic system 47/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,3} 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 1.3 ₁)

(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.2 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(2.1 ₃ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,3} 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{3,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,3} 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{3,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,2} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.3 _{2,1} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{1,2})	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{2,1})

3-contextural semiotic system 48/48

<i>Nm</i>	<i>Nh</i>	<i>R</i>	<i>D</i>
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{2,3})	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.1 _{3,2})	(1.1 _{2,3} 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(1.1 _{3,2} 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.1 ₃ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.1 ₃ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 1.2 ₃ 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.2 _{1,2} 1.2 ₃)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,2} 3.1 ₁)	(2.1 ₃ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,2} 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)
(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.1 ₁)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 1.3 ₁)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.2 ₃)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.2 ₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(2.1 ₃ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.2 _{2,1} 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.2 _{1,2} 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 2.2 _{2,1} 2.3 ₂)
(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.2 ₂ 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.2 ₂)	(3.1 ₁ 3.2 ₂ 2.3 ₂)
(3.3 _{1,3} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(3.3 _{3,1} 2.3 ₂ 1.3 ₁)	(1.3 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{1,3})	(3.1 ₁ 2.3 ₂ 3.3 _{3,1})

4. We have restricted ourselves here to 4 of totally 6 possible combinations of triadic sign relations and morphisms/heteromorphisms:

(3.1₁ 2.2_{1,2} 1.2₃)	(1.2₃ 2.2_{1,2} 3.1₁)	(2.1 ₃ 2.2 _{1,2} 1.3 ₁)
(3.1₁ 2.2_{2,1} 1.2₃)	(1.2 ₃ 2.2 _{2,1} 3.1 ₁)	(2.1₃ 2.2_{2,1} 1.3₁)

While $(3.1_1 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_3)$ is the “morphismic normal form” and $(3.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 1.2_3)$ its complementary “heteromorphismic normal form”, we could say that $(1.2_3 \ 2.2_{1,2} \ 3.1_1)$ is the reflected morphismic and $(1.2_3 \ 2.2_{2,1} \ 3.1_1)$ its complementary heteromorphismic form. Further, $(2.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_1)$ is the dual form to the morphismic normal form and $(2.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_1)$ the dual form to the heteromorphismic dual form. If we proceed like that, than we do not only get $48 \cdot 4 = 192$, but $48 \cdot 8 = 384$ semiotic systems, which are interconnected by static sub-signs or dynamic morphisms and/or by their inner semiotic environments.

Bibliography

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Vol. 2. Hamburg 1979

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In:

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (2008)

Toth, Alfred, Connections of inner semiotic environments (NETS, 3). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

48. Die innere Struktur semiotischer Mediativzahlen

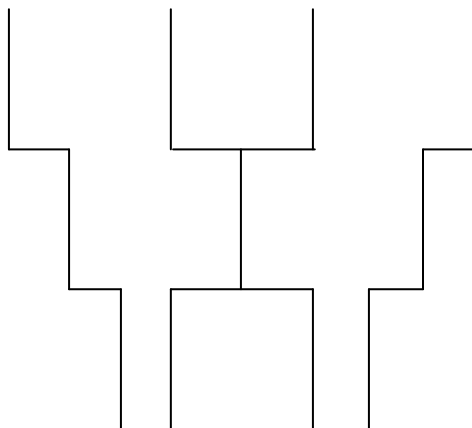
1. Im Rahmen des gegenwärtigen Exkurses, „interessante“ semiotische Strukturen zu schaffen (vgl. hierzu bereits das „SRG“-Modell in Toth 1997, das u.a. den Stuttgarter Maler Karl Herrmann inspiriert hatte), gehen wir nochmals von jener Form der $3 \times 3(3 \times 3)$ -Matrix aus, bei der je ein Drittel den vollständigen Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezug enthält und markieren die Verteilung der Kategorienrealität mit schwarz und die Verteilung der Eigenrealität mit rot:

1.1	1.2	1.3		1.1	1.2	1.3		1.1	1.2	1.3
1.1	1.2	1.3		1.1	1.2	1.3		1.1	1.2	1.3
1.1	1.2	1.3		1.1	1.2	1.3		1.1	1.2	1.3

2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3
2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3
2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3

3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3
3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3
3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3

Wie man erkennt, besitzt diese Matrix die folgende eigenartige Struktur:



Im Gegensatz zu dem in Toth (2010) dargestellten Modell besitzen hier also nicht nur die iterativen und die akkretiven Peirce-Zahlen, sondern auch die Mediativzahlen eine innere Struktur, die in der Mitte der Zweitheit am Index (2.2) gespiegelt wird, wobei die nach oben und die nach unten offene Menge der Mediativzahlen selber durch die im obigen Bild durch eine senkrechte Linie angedeutete Mediativfolge vermittelt wird. Über die semiotische Wichtigkeit solcher Modelle hinaus erkennt man also einmal mehr, dass es sich nicht nur lohnt, mit Hilfe der mathematischen Topologie interessante Strukturen zu konstruieren, sondern dass man solche durch bereits durch leichte Variationen der semiotischen Basisstruktur gewinnen kann.

Bibliographie

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Semiotische Mediativzahlen zwischen eigen- und kategorierealen Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (erscheint, 2010)

49. Semiotische Mediativzahlen zwischen eigen- und kategorierealen Peirce-Zahlen

Man kann die in Toth (2010) eingeführte $3 \times 3(3 \times 3)$ -Matrix so transformieren, dass homogene Blöcke entstehen: im 1. Drittel nur vollständige Mittel-, im 2. Drittel nur vollständige Objekt-, und im 3. Drittel nur vollständige Interpretanten-Thematisierungen. Wenn man dann die Punkte dieses topologischen Raumes miteinander verbindet, die den Subzeichen der Kategorienrealität

(3.3 2.2 1.1)

sowie der Eigenrealität

(3.1 2.2 1.2)

entsprechen (vgl. Bense 1992), dann bekommt man die folgende höchst interessante Struktur, durch die man erstmals zwischen semiotischer Iteration im Sinne der Wiederholung von Altem, Bekanntem, und semiotischer Akkretion im Sinne der Wiederholung von Neuem, Unbekanntem unterscheiden kann. Diese Unterscheidung geht bekanntlich zurück auf Günther (1979, S. 258) und wurde dann von Kronthaler in die Mathematik der Qualitäten übernommen, ist damit also auch für eine polykontexturalen Semiotik wichtig:

1.1	1.2	1.3	⋮	1.1	1.2	1.3	⋮	1.1	1.2	1.3
1.1	1.2	1.3	⋮	1.1	1.2	1.3	⋮	1.1	1.2	1.3
1.1	1.2	1.3	⋮	1.1	1.2	1.3	⋮	1.1	1.2	1.3

2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3
2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3
2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3
3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3
3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3

Wie man sieht, kehren hier alle Peirce-Zahlen, die sich ausserhalb, d.h. zur rechten und zur linken, der fett markierten befinden, im von unten nach oben grösser werdenden „Innenraum“ wieder, und zwar streng symmetrisch jeweils von einer dreifachen vollständigen M-, O- oder I-Thematisierung ausgehend. Wir nennen also die Peirce-Zahlen des Innenraums die Mediativzahlen, die somit zwischen Kategorienrealität und Eigenrealität vermitteln. Um das Modell in seiner vollen Bedeutung zu sehen, sollte man es zu einem Zylinder zusammenkleben.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

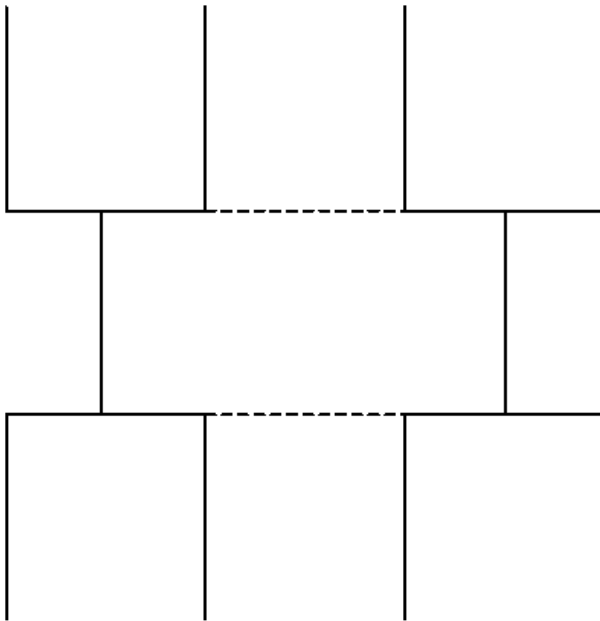
Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 2. Bd. Hamburg 1979

50. Ein doppeltes semiotisches System konvexer und konvaker Mengen mit Mediativzahlen

1. Im Anschluss an Toth (2010) schreiben wir die drei horizontalen Blöcke der 3×3(3×3)-Matrix so, dass der jeweils 1. Block die jeweilige Ordnung der Realitätsthematik, der jeweils 2. Block diejenige der Zeichenklasse, und der jeweilige 3. Block die gespiegelte Realitätsthematik wiedergibt:

1.1	1.2	1.3		1.1	1.2	1.3		1.1	1.2	1.3
1.1	1.2	1.3		1.1	1.2	1.3		1.1	1.2	1.3
1.1	1.2	1.3		1.1	1.2	1.3		1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3
2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3
2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3		2.1	2.2	2.3
3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3
3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3
3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3		3.1	3.2	3.3

Die diesem Bild zugrunde liegende neue semiotische Struktur sieht also wie folgt aus:



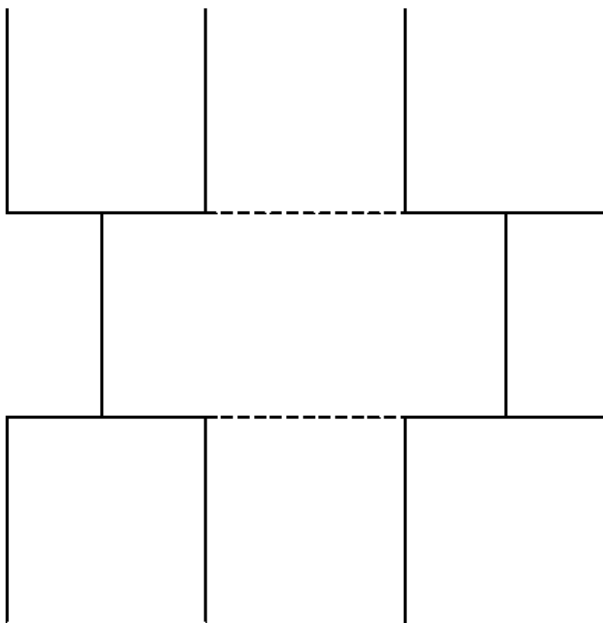
Wir haben somit je ein Paar konvexer und konvaker semiotischer Mengen, die durch einen indexalischen „Kanal“ verbunden sind, wobei hierdurch 3 Teilsysteme von Vermittlungszahlen entstehen, nämlich auf der obersten intermediären semiotischen Ebene die Mittelbezüge, auf der mittleren Ebene die Objektbezüge und auf der unteren Ebene die Interpretantenbezüge.

Bibliographie

Toth, Alfred, Die Symmetrie der drei objektalen Zeichenklassen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

51. Konvexe und konkave semiotische Mikrostruktur

1. Die in Toth (2010) präsentierte neue semiotische Struktur zeigte die folgende charakteristische Ordnung konkaver und konvexer Mengen für die 1. und 3. Blockzeile mit „Kanal“ in der 2. und den typischen semiotischen Mediationszahlen innerhalb der Blockreihen:



2. Im folgenden konstruieren wir ein Modell, dass diese KK-Ordnung innerhalb der einzelnen Blöcke enthält. Hierfür ordnen wir die Subzeichen wie folgt an:

3.3 2.3 1.3 3.3 2.3 1.3 3.3 2.3 1.3

2.3 2.2 2.1 2.3 2.2 2.1 2.3 2.2 2.1

1.3 1.2 1.1 1.3 1.2 1.1 1.3 1.2 1.1

3.3 2.3 1.3 3.3 2.3 1.3 3.3 2.3 1.3

2.3 2.2 2.1 2.3 2.2 2.1 2.3 2.2 2.1

1.3 1.2 1.1 1.3 1.2 1.1 1.3 1.2 1.1

3.3 2.3 1.3 3.3 2.3 1.3 3.3 2.3 1.3

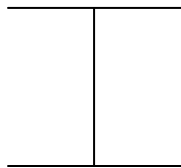
2.3 2.2 2.1 2.3 2.2 2.1 2.3 2.2 2.1

1.3 1.2 1.1 1.3 1.2 1.1 1.3 1.2 1.1

Wiederum sind Kategorienrealität rot und Eigenrealität blau hervorgehoben. Nun intermediert die vollständige Objektivität innerhalb der 9 Blöcke und nicht mehr zwischen ihnen, d.h. jeder Block hat die Struktur:

Vollst. I - Vollst. O - Vollst.,

wobei die Hauptdiagonalen die Kategorienrealität und die Nebendiagonalen die Eigenrealität sind. Das ganze Modell hat also folgende Blockzellenstruktur



die sich somit als nicht weiter reduzierbare Partialordnung der oben angegebenen Blockordnung erweist. Sobald sich oben und unten weitere Blockzellenordnungen anschliessen, entsteht die typische KK-Struktur.

Bibliographie

Toth, Alfred, Ein doppeltes semiotisches System konvexer und konkaver Mengen mit Mediativzahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

52. Mediative Zeichen und semiotische „Schnapszahlen“

1. In Toth (2009) usw. wurde die Unterscheidung von triadischen ($td \mathbb{P}$) und trichotomischen Peirce-Zahlen ($tt \mathbb{P}$) eingeführt. Dabei gilt

$$td \mathbb{P} = \{1., 2., 3.\}$$

$$tt \mathbb{P} = \{.1, .2, .3\}$$

Zeichenklassen, Realitätsthematiken (sowie weitere Zeichenrelationen) entstehen durch die additive Assoziation (Bense 1981, S. 204), die natürlich nicht-kommutativ ist:

$$td \mathbb{P} \otimes tt \mathbb{P} = \{1., 2., 3.\} \otimes \{.1, .2, .3\} = \{1.1 \ 2.2 \ 3.3\}.$$

Allgemein gilt:

$$Zkl(a, b, c) = td \mathbb{P} \otimes tt \mathbb{P} = \{a., b., c.\} \otimes \{.a, .b, .c\}$$

$$Rth(a, b, c) = tt \mathbb{P} \otimes td \mathbb{P} = \{.a, .b, .c\} \otimes \{a., b., c.\}$$

2. Wenn wir uns nun die Menge \mathfrak{S} anschauen:

$$\mathfrak{S} = \{td \mathbb{P} \otimes tt \mathbb{P}\} = \{\{1., 2., 3.\} \otimes \{.1, .2, .3\}\},$$

dann enthält sie sämtliche möglichen Zeichenklassen, bestehend aus den $3 \cdot 3 = 27$ möglichen Kombinationen, darunter also die 10 Peirceschen Zeichenklassen, welche durch die Ordnung (3.a 2.b 1.c mit $a \leq b \leq c$) und die Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1), welche durch die Ordnung ($a = b = c$) aus ihnen herausgefiltert werden. Dabei ergeben sich also folgende Strukturen:

$$(3. \rightarrow .1) \rightarrow (2. \rightarrow .1) \rightarrow (1. \rightarrow .1)$$

$$\rightarrow .2 \rightarrow .2 \rightarrow .2$$

$$\rightarrow .3 \rightarrow .3 \rightarrow .3.$$

Zwischen den einzelnen Dyaden gibt es also folgende Übergänge:

$$1. (\{.1, .2, .3\} \rightarrow 2.) / (\{.1, .2, .3\} \leftarrow 2.)$$

$$2. (\{.1, .2, .3\} \rightarrow 1.) / (\{.1, .2, .3\} \leftarrow 1.).$$

Dieser neue semiotische Zahlentypus, den ich **Mediativzahl** nenne, hat also die allgemeine Struktur

$$(.a \leftrightarrow b.) \text{ mit } a \in \{1, 2, 3\} \text{ und } b \in \{1, 2\}.$$

Nehmen wir neben $td \mathbb{P}$ und $tr \mathbb{P}$ noch die semiotischen Diagonalzahlen hinzu, dann haben wir also für die Hauptdiagonale (3.3 2.2 1.1)

(3. \rightarrow .3) \rightarrow (2. \rightarrow .2) \rightarrow (1. \rightarrow .1)

3. (.3 \rightarrow .2)

4. (.2 \rightarrow 1.),

so dass also zusammen gilt:

$\mathcal{M} = \{ (.a \rightarrow b.) \}$ mit $a \in \{1, 2, 3\}$ und $b \in \{1, 2\}$.

3. Zur semiotischen Relevanz von Schnapszahlen vgl. bereits Toth 2000. Sei nun $\mathcal{R} \subset \mathcal{M}$, so dass gilt:

$\mathcal{R} = \{ (.a \rightarrow a), (.b \rightarrow b), (.c \rightarrow c), \dots, (.d \rightarrow d) \}$ mit $a \neq b \neq c \neq d \neq \dots$, dann liegt eine mediative Schnapszahlenreihe vor, und man kann sich fragen, was für Zeichenrelationen solche erzeugen. Die Antwort lautet, dass eine Zeichenrelation die allgemeine Form

ZR = (a.b b.c c.d e.f, ...), also ((a, (a+1)), ((a+1), (a+2)), ((a+2), (a+3)), ...

aufweisen muss. Wie man sofort erkennt, gibt es unter den Zkl \subset ZR nur drei, für welche das gilt, nämlich

Zkl = (3.2 2.1 1.a) mit $a \in \{1, 2, 3\}$,

denn wegen der Konstanz der $td \mathbb{P}$ gilt ja

Zkl = (3.a 2.b 1.c),

und wegen $(a+1) = a = 2$, haben wir $(3.a) = (3.2)$ und wegen $(a+3) = (a+2) = 1$ zusammen $(3.2 2.1 1.a)$, also ist nur noch eine Variable offen, die mit 3 Werten aus $td \mathbb{P}$ belegt werden kann. Übrigens gehören (3.2 2.1 1.1, 3.2 2.1 1.2, 3.2 2.1 1.3) der Komplementärmenge $ZR \setminus Zkl$ an, sie sind also keine Peirceschen Zeichenklassen.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Betrachtungen eines Mathematikers zum §11 ("Schnapszahl").

In: Centralblatt der Schweizerischen Akademischen Turnerschaft, 2000-2, S. 6-9

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of

53. Kleine mediative semiotische Arithmetik

1. Die Semiotik beruht, wie in Toth (2009a, b) gezeigt, auf 3 Zahlentypen, die weder rein quantitativ noch rein qualitativ sein: 1. den triadischen Peirce-Zahlen

$$\text{td } \mathbb{P} = \{1., 2., 3.\},$$

2. den trichotomischen Peirce-Zahlen

$$\text{tt } \mathbb{P} = \{.1, .2, .3\},$$

und 3. den semiotischen Diagonalzahlen Δ , die sich durch die der Semiotik eigene (nicht-kommutative) Operation der „additiven Assoziation“ (Bense 1981, S. 204) aus den übrigen beiden Zahlen errechnen lassen:

$$\Delta = \text{td } \mathbb{P} \otimes \text{tt } \mathbb{P} = \{1., 2., 3.\} \otimes \{.1, .2, .3\} = \{1.1 \ 2.2 \ 3.3\}.$$

2. In Toth (2010) wurden nun als vierter semiotischer Zahlentyp die Mediativ-Zahlen eingeführt.

$$\mathcal{M} = \{(.a \leftrightarrow b.)\}$$

Diese lassen sich unter Verwendung von Morphismen mit einer der Vektorschreibung angelehnten Notation auch als Paar von Morphismus und Heteromorphismus einführen (vgl. Kaehr 2007, S. 11 ff.):

$$a \leftarrow \rightarrow b$$

mit $a \in \{1, 2, 3\}$ und $b \in \{1, 2\}$.

Wie man erkennt, ist die obige Notation jedoch nur eine von vier möglichen Kombinationen aus Morphismen/Heteromorphismen:

$$a \rightarrow \rightarrow b \equiv (a.b.)$$

$$a \leftarrow \leftarrow b \equiv (.ab.)$$

$$a \rightarrow \leftarrow b \equiv (a..b)$$

$$a \leftarrow \leftarrow b \equiv (.a.b)$$

Hierzu kann man nun 4 semiotische Matrizen aufgrund der 4 involvierten verschiedenen Peirce-Zahlen konstruieren:

$$1. a \rightarrow \rightarrow b \equiv (a.b.) \quad 2. a \leftarrow \rightarrow b \equiv (.ab.)$$

$$1. 2. 3. 1. 2. 3.$$

$$1. 1.1. 1.2. 1.3. .1 .11. .12. .13.$$

$$2. 2.1. 2.2. 2.3. .2 .21. .22. .23.$$

$$3. 3.1. 3.2. 3.3. .3 .31. .32. .33.$$

$$3. a \rightarrow \leftarrow b \equiv (a..b) \quad 4. a \leftarrow \leftarrow b \equiv (.a.b)$$

$$1. 2. 3. .1 .2 .3$$

$$1. 1..1 1..2 1..3 .1 .1.1 .1.2$$

$$2. 2..1 2..2 2..3 .2 .2.1 .22 .23.$$

$$3. 3..1 3..2 3..3 .3 .3.1 .3.2 .33$$

Ferner kann man über diesen Matrizen mit Hilfe der folgenden abstrakten Schemata je 10 Zeichenklasse und duale Realitatsthematiken konstruieren:

$$1. Zkl = (a.b. c.d. e.f.) \cdot (f.e. d.c. b.a.)$$

$$2. Zkl = (.ab. .cd. .ef.) \cdot (f..e d..c b..a)$$

$$3. Zkl = (a..b c..d e..f) \cdot (f..e d..c b..a)$$

$$4. Zkl = (.a.b .c.d .e.f) \cdot (f.e. d.c. b.a.)$$

Wie man sieht, gilt somit

$$Rth(Zkl 1) = Rth(Zkl 4)$$

$$Rth(Zkl 2) = Rth(Zkl 3),$$

das bedeutet aber, dass Eigenrealität bei der Nr. 4 aufgehoben ist:

$$(.3.1 .2.2 .1.3) \cdot (3.1. 2.2 .1..) \text{ mit}$$

(3.1 .2.2 .1.3) \neq (3.1. 2.2 .1..), vgl.

$(3.1_{\alpha,\beta} 2.2_{\gamma,\delta} 1.3_{\epsilon,\zeta}) \cdot (3.1_{\zeta,\epsilon} 2.2_{\delta,\gamma} 1.3_{\beta,\alpha})$ mit
 $(3.1_{\alpha,\beta} 2.2_{\gamma,\delta} 1.3_{\epsilon,\zeta}) \neq (3.1_{\zeta,\epsilon} 2.2_{\delta,\gamma} 1.3_{\beta,\alpha})$.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Köln 1981

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Mediative Zeichen und semiotische "Schnapszahlen". In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

54. Die abstrakteste Definition des Zeichens

1. Nach Peirce wird das Zeichen bekanntlich als triadische Relation wie folgt definiert:

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit $a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$,

wobei die Belegung der a, b, c besagt, dass das Zeichen nicht nur eine triadische, sondern zugleich eine trichotomische Relation ist und dass die triadischen und die trichotomischen Werte bis auf die "Stelligkeit" (d.h. a. vs. .a) identisch sind. Peirce mutet uns hier also die Monstrosität gespaltener und heterogen wieder zusammengesetzter Kategorien zu (z.B. MO, MI, IM, IO, usw.). Gibt es wirklich eine Bruchrechnung für Kategorien? Der definierte Unterschied zwischen MO und OM (vgl. $\frac{1}{2}$ vs. $\frac{2}{1}$) lässt das vermuten. Mit dem, was üblicherweise in der Geschichte der Philosophie unter Kategorien verstanden wird, hat das aber jedenfalls nichts zu tun.

Damit sind aber noch nicht alle Harmhaftigkeiten aufgezählt, die unter der obigen Definition verborgen sind. Diese gilt nämlich nur in der aufgezählten rückschrei-

tenden Abfolge der Kategorien, d.h. Peirce behauptet, in der Semiotik werde $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ gezählt. Allein, die umgekehrte Reihenfolge bei den dualen Realitätsthematiken $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$, die Reihenfolge bei Kommunikationsschemata ($3 \rightarrow 1 \rightarrow 2$) und bei Kreationsschemata ($3 \rightarrow 1 \rightarrow 2$ bzw. $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$) und ihre jeweiligen dualisierten Realitätsthematiken deuten darauf hin, dass sämtliche 6 permutierten Ordnungen semiotisch relevant sind.

Doch auch damit sind wir noch nicht zuende. Als weitere selbstverständlich vorausgesetzte Bedingung gilt nämlich, dass die triadischen Werte paarweise verschieden sein müssen; damit werden Relationen wie $*(3.1\ 3.2\ 1.2)$, $*(3.1\ 2.2\ 2.1\ 1.3)$, $*(3.1\ 2.1\ 1.1\ 1.2)$ usw. ausgeschlossen. Allerdings gilt diese Restriktion merkwürdigerweise nicht für die Realitätsthematiken, denn dort werden rekurrente Subzeichen gerade benutzt, um Thematisate im Rahmen der strukturellen Realitäten zu definieren. Ja, die ganze semiotische Realitätentheorie, um die sich der späteste Bense gekümmert hatte, basiert gerade darauf, dass in Realitätsthematiken mindestens zwei Subzeichen demselben Hauptbezug angehören (daraus folgt übrigens auch, dass Realitätsthematiken dyadisch oder monadisch, aber nicht triadisch sind). Auch diese – wie alle bereits besprochenen Restriktionen und Limitationen – sind aber keineswegs semiotisch oder mathematisch, d.h. „von innen“ her bedingt. Denn nichts spricht z.B. gegen die Annahme von 2 Interpretanten in einer Zeichenrelation – nämlich z.B. als Sender und Empfänger eines Kommunikationsschemas. Dass das Objekt als „Sender“ diene, wie es z.B. bei Bense (1971, S. 40) steht, glaubt doch wohl höchstens ein Vertreter der Eidolon-Theorie. Ferner: Wenn ein Objekt imstande ist, Signale auszusenden, dann ist es entweder Subjekt oder zugleich Subjekt (d.h. subjektives Objekt oder objektives Subjekt).

Wie man aus dieser letzteren Einschränkung ersieht, verbirgt sich hinter ihr also noch eine weitere Limitation: Die ebenfalls stillschweigend vorausgesetzte, bereits bei Schröder als falsch bewiesene und trotzdem von Peirce (und später Marty) „bewiesene“ Behauptung, Zeichen müssten triadisch sein, da alle höheren Relationen sich auf Triaden, aber nicht weiter auf Dyaden oder Monaden reduzieren liessen. Dass das klar falsch ist, hätte man sogar in Stuttgart bemerken müssen, denn Walther konstruiert in ihrer „Allgemeinen Zeichenlehre“ die triadi-

schen Zeichenklassen aus konkatenierten Dyaden (1979, S. 79), was vollkommen richtig ist und wie so viele weitere Argumente beweist, dass die basale Zeichenrelation eben dyadisch und nicht triadisch ist.

Man glaubt also kaum, wie viele Restriktionen hinter der unschuldig aussehenden Definition $ZR = (3.a \ 2.b \ 1.c)$ verstecken. Indessen, es gibt noch eine weitere Einschränkung, und sie garantiert das, was man in Stuttgart früher fälschlich „semiotische Wohlordnung“ genannt hat: $a \leq b \leq c$. Damit werden Zeichenrelationen der Form $*(3.1 \ 2.2 \ 1.1)$, $*(3.2 \ 2.3 \ 1.2)$, aber leider auch die tatsächlich existierende – und zwar als Hauptdiagonale der semiotischen Matrix unangreifbare – Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) ausgeschlossen. Insgesamt wird durch diese Inklusionsordnung die Menge der kombinatorisch möglichen $3 \text{ hoch } 3 = 27$ Zeichenklassen auf nur 10 eingeschränkt und darum zum Ärger der Stuttgarter Semiotik gleich auch noch eine Partition von $10 / 17$ „komplementären“ Zeichenklassen definiert (die freilich in Stuttgart nicht einmal untersucht worden waren).

2. Die im Titel angekündigte abstrakteste Definition des Zeichens muss natürlich mit dem Krimskrams der von aussen herangetragenen Restriktionen und Konditionen abfahren. Man stelle sich vor, jemand würde allen Ernstes vertreten, etwa die Addition von Geldbeträgen in einem Bäckerladen nur bis zur Zahl 6 zuzulassen, weil viele Bäckereien an Sonntagen geschlossen sind. Wie in Toth (2010) gezeigt, kann man zu jedem Subzeichen sein entsprechendes Repräsentationsfeld, d.h. die Menge der unmittelbaren und mittelbaren topologischen Umgebungen, bilden und ferner das Repräsentationsfeld selbst als „Kategorienfeld“ definieren. Dann hat gemäss der Anzahl der Permutationen der triadischen Peirceschen Zeichenrelation jede Dyade, aus deren Paaren sie konkateniert ist, eine der folgenden sechs Formen:

$[B^\circ, A^\circ]$

$[A^\circ B^\circ, A]$

$[B, A^\circ B^\circ]$

$[A^\circ, BA]$

$[B, A^\circ B^\circ]$

$[B^\circ, BA]$

Wie man also erkennt, ist ein Elementarzeichen eine dyadische Relation, d.h. ein Paar von Morphismen, von denen mindestens einer invers sein muss. (Zwei inverse Morphismen sind nur dann möglich, wenn kein Morphismus komponiert ist.) Hat ein komponierter Morphismus M die Form $[MN, M]$, dann hat sein komponierter „Zwillingsmorphismus“ nicht die Form $[M, MN]$, sondern $[N, MN]$, d.h. die Position eines Morphismus ist relevant.

Aus diesen 6 Basiszeichen können nun durch Konkatenation triadische Zeichenklassen konstruiert werden, wobei die einzelnen Dyaden durch eine Mengenfamilie von „Spuren“ von Kategorien indiziert werden, z.B.

$[B^\circ, A^\circ]_{id3} = (3.3 \ 2.3 \ 1.3)$

$[A^\circ B^\circ_\alpha, A_\beta] = (3.1 \ 1.2 \ 2.3)$

$[B_\beta^\circ, A^\circ B^\circ_\alpha] = (2.3 \ 3.2 \ 1.1),$

wie man erkennt, sind inverse Spuren reserviert für die 17 „komplementären“, d.h. nicht der Inklusionsordnung $a \leq b \leq c$ folgenden Zeichenrelationen bzw. „irregulären“ Zeichenklassen.

Mit „Spuren“, neben „Zahlen“ dem zweiten Grundbegriff der semiotischen Mathematik, befassen wir uns in Band II.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Toth, Alfred, Zeichenklassen als Definitionen von Kategorienfeldern. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

55. Nachfolger von Peirce-Zahlen in kategorialer Darstellung

1. Gemäss Kap. 53 werden vier Arten von semiotischen Zahlen unterschieden:

- triadische Peirce-Zahlen (tdPz): (1.), (2.), (3.)

- trichotomische Peirce-Zahlen (ttPz): (.1), (.2), (.3)

- diagonale Peirce-Zahlen (dgPz) = tdPz×ttPz = (1.1), (2.2), (3.3)

- semiotische Mediativzahlen: $\mathcal{M} = \{(.a \leftrightarrow b.)\}$ mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$

2. Wie in Kap. 54 dargestellt, kann man jedes Subzeichen als Kategorie einführen. Unter Kategorie wird eine Leerform oder Variable C verstanden, die dadurch bestimmt wird, dass sie mit einem A zusammen ein B ergibt. Im folgenden wird, ergänzend, eine einheitliche kategoriale Notation für die Nachfolgerrelation aller drei Peirce-Zahlen eingeführt, nachdem die kontroversen Vorschläge oft Gegenstand dieses Buches gewesen waren:

tdPz: $(a.b) = \langle x, \langle y.1 \rangle, \langle a.(b+1) \rangle \rangle$

ttPz: $(a.b) = \langle x, \langle 1.y \rangle, \langle (a+1).b \rangle \rangle$

dgPz: $(a.b) = \langle x, \langle 1.1 \rangle, \langle a.(b+1).(b+1) \rangle \rangle$

Bibliographie

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Semiotische syntaktische Kategorien. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

56. Protozahlen und Peanozahlen

1. Kronthaler (1986, S. 26 ff.) hat im Anschluss an Günther (1979, S. 252 ff.) dargestellt, dass man, ausgehend von den Peano-Zahlen, durch Wertabstraktion zu den Trito-Zahlen, von diesen durch Iterationsabstraktion zu den Deutero-Zahlen, und von diesen durch erneute Abstraktion zu den Proto-Zahlen gelangt.

2. Diesen Sachverhalt können wir semiotisch wie folgt darstellen

1. Wertabstraktion $\rightarrow (\{3.\alpha\} \{2.\beta\} \{1.\gamma\}) \rightarrow (\{a\}, \{b\}, \{c\})$

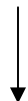
2. Iterationsabstraktion $\rightarrow (\{a\}, \{b\}, \{c\}) \rightarrow (a, b, c)$

3. Positionsabstraktion $\rightarrow (a, b, c) \rightarrow (x, y, z)$

Beachte, dass das 3-stufige Abstraktionssystem voraussetzt, dass die Kategorien als Mengen von Kategorien eingeführt werden (Toth 2010), denn in Zeichenrelationen kann sich die Iteration von Kategorien nur auf multiple Relata beziehen.

2. Kurz gesagt, impliziert das obige Abstraktionssystem also, dass die Proto-Zahlen (x, y, z) am weitesten weg sind von den Zeichenklassen $(\{3.\alpha\} \{2.\beta\} \{1.\gamma\})$. Nun liest man aber desöfters im Widerspruch dazu: „Die Proto-Zahlen sind den klassischen natürlichen Zahlen am nächsten. Beim Nachfolger spielt nur der Zahlwert eine Rolle, nicht aber die Stelle, wo er steht“ (Kronthaler 1986, S. 40).

$(\{3.\alpha\} \{2.\beta\} \{1.\gamma\})$



(x, y, z)

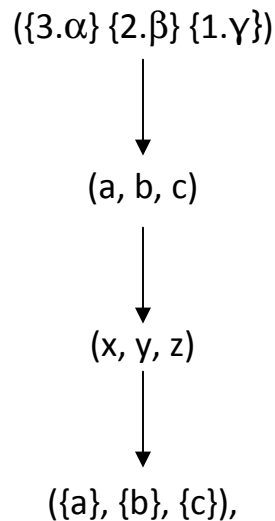


(a, b, c)



$(\{a\}, \{b\}, \{c\})$

Ein solches Modell ist aber ganz ausgeschlossen, denn es verlangt 1. die Restitution der Positionsrelevanz der Kategorien und 2. die Restitution der Mengen von Kategorien. Nun kann man theoretisch die Reihenfolge von Iterations- und Positionsabstraktion umgekehren. Man erhält dann



jedoch wie man sieht, bleiben beide Probleme bestehen, nur dass sich das 1. Problem um eine Stufe nach unten verschoben hat.

3. Daraus folgt also, dass in der Mathematik der Qualitäten die Wertabstraktion nicht vollzogen ist; vgl. die Tabelle der qualitativen (Proto-, Deutero- und Trito-) Zahlen in den ersten 5 Kontexturen in numerischer Notation bei Kronthaler (1986, S. 34). So lauten die qualitativen Zahlen z.B. in der 3. Kontextur auf der Proto-Ebene (000, 001, 012), auf der Deutero-Ebene (000, 001, 012), und auf der Trito-Ebene (000, 001, 010, 011, 012).

Damit ändert sich natürlich die semiotische Interpretation der drei qualitativen Zahlbereiche, denn wir haben nun

- 1. Iterationsabstraktion \rightarrow $\{\{3\}, \{2\}, \{1\}\} \rightarrow (3, 2, 1)$
- 2. Positionsabstraktion \rightarrow $(3, 2, 1) \rightarrow \{(3, 2, 1), (3, 1, 2), (2, 3, 1),$
 $(2, 1, 3), (1, 3, 2), (1, 2, 3)\},$

d.h. die iterationsabstraktive Menge der Fundamentalkategorien wird ersetzt durch die positionsabstrakte Menge der Permutationen der Fundamentalkategorien. Wir kommen damit zu den folgenden bemerkenswerten Schlüssen:

1. Die semiotische Entsprechung der mathematischen Trito-Zahlen sind die Zeichenklassen, die über $(\{3\}, \{2\}, \{1\})$ konstruiert werden können. Diese Menge ist theoretisch unendlich gross, da mehrfache gleiche Relationen explizit erlaubt sind.

2. Die semiotische Entsprechung der mathematischen Deutero-Zahlen sind die Zeichenklassen, die über $(3, 2, 1)$ konstruiert werden können (d.h. die Menge der $3 \times 3 \times 3 = 27$ Zeichenklassen mit den 10 Peirceschen Zeichenklassen als Teilmenge).

3. Die semiotische Entsprechung der mathematischen Proto-Zahlen sind die Zeichenklassen, die über $(3, 2, 1) \rightarrow \{(3, 2, 1), (3, 1, 2), (2, 3, 1), (2, 1, 3), (1, 3, 2), (1, 2, 3)\}$ konstruiert werden können (d.h. die in Toth 2008, S. 177 ff. behandelten „semiotischen Diamanten“).

Somit stellt sich also endlich heraus, dass die Behauptung, den Peano-Zahlen stünden von den qualitativen Zahlen die Proto-Zahlen am nächsten, korrekt ist, denn diese lassen alle möglichen relationalen Ordnungen und nicht nur die für die Zeichenklassen definierten zu.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten.

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Kategorien und Mengen von Kategorien. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

57. Kategorien und Mengen von Kategorien

1. In der Mathematik der Qualitäten (Kronthaler 1986) wird auf der Basis von Günther (1976-80) geheimhin angenommen, die qualitativen Zahlen bestünden aus drei Sorten von Zahlen, die, in ansteigender Struktur differenzierung mit

Protozahlen

Deuterozahlen

Tritozahlen

bezeichnet werden. Es wird allerdings ebenfalls angenommen, dass sich zwischen den quantitativen Peano-Zahlen einerseits und den qualitativen Zahlen andererseits ein „Qualitätssprung“, d.h. eine Kontexturgrenze befinde. Diese ist, wie Kronthaler (1986) nachgewiesen hat, von besonders grossem Interesse, weil hiermit die Cantorsche transfinite Zahlen qualitativ bereits in endlichen Zahlbereichen zur Anwendung kommen, d.h. dass „das Unendliche zum Teil des Endlichen wird“.

2. Seit Günther und Kronthaler wird ferner allgemein angenommen, dass man entweder von der Logik oder von der Mathematik ausgeht, um die Ebene der Kenogramme zu erreichen. Dies wird in 3 strukturreduktiven Schritten erreicht. Durch

1. Wertabstraktion

2. Iterationsabstraktion

3. Positionsabstraktion

Nimmt man also die Zahlen 0 und 1 bzw. die logischen Werte W und F, so muss man zuerst von den Werten abstrahieren und setzt dann etwa x und y, wobei sowohl x als auch y sowohl 0 als auch 1 repräsentieren können. Warum Günther hier von Kenogrammen statt von einfachen Variablen spricht, sehe ich daher nicht ein. Was hier also geschieht, ist: Da sowohl x als auch y sowohl 0 als auch 1 sein

können, wird der logische Identitätssatz aufgehoben. Es gibt per sofort die in der klassischen Logik ausgeschlossenen Austauschrelationen. Semiotisch bedeutet dass, dass wir

$$Z \Leftrightarrow \Omega$$

haben, also etwas, das ganz ausgeschlossen ist, da zwar

$$\Omega \rightarrow Z$$

möglich ist, d.h. ein Objekt zu einem Zeichen erklärt wird (etwa durch Photographie), aber

$$Z \rightarrow \Omega$$

ist ausgeschlossen, denn niemals wird aus der Photographie das photographierte Objekt bzw. niemals wird das letztere aus ersterem zurückgewonnen. Metaobjektivierung ist also im Gegensatz zur Negation, wo bekanntlich

$$\neg\neg p = p$$

gilt, ausgeschlossen.

3. Allerdings gibt es hier ein schwerwiegendes Problem: Wenn wir in der letzteren Gleichung die Aussagenvariablen durch Wertabstraktions-Variablen ersetzen, wobei also sowohl p als auch $\neg p$ sowohl x als auch y bedeuten können, dann ist der Ausdruck

$$x = y$$

sinnlos bzw. falsch, denn er impliziert z.B.

$$\neg p = p$$

im Widerspruch zu $\neg\neg p = p$.

Somit gilt also nur das eine ohne das andere: Z.B. besagt $\neg p = p$ dass ein Zeichen keine andere Realität besitzt als ihr Objekt. $\neg\neg p = p$ besagt dann fälschlicher-

weise, dass ein zweimal zum Zeichen erklärtes Objekt das Objekt ist (vgl. hierzu Toth 2010).

4. Fahren wir aber fort: Die zusätzlichen Abstraktionen, d.h. Wiederholungs- und Positionsabstraktion dienen einzig dazu, die Strukturen, die ja logische „Leerformen“ auch nach der Beseitigung der Werte noch haben, zu zerstören. Denn Kenogramme sollen ja keine Zeichenkonstanz mehr haben, sondern nur noch Strukturkonstanz.

Wir müssen uns hier also wieder fragen: Was bedeutet die Aufhebung der Zeichenkonstanz für die Semiotik? Zuerst bedeutet es einen Widerspruch zum Axiom, dass jedes Zeichen einen Träger besitzt. Da der Träger ein Relatum ist, ist also die Aufhebung der Zeichenkonstanz eine Verminderung der relationalen Stelligkeit eines triadischen Zeichens, im Grunde resultiert daraus also ein dyadisches Subzeichen. Ferner und vor allem aber bedeutet es das Ende der Identifizierbarkeit von Zeichen. Zeichen ohne Zeichenkonstanz sind weder thetisch einführbar (denn sie sind sinnlos) noch erkenntlich (denn man kann sie ja nicht erkennen). Ich kann einfach kein Taschentuch verknoten, wenn es keine Substanz, d.h. kein Tuch gibt. Nun wird aber die Zeichenkonstanz nicht einfach weggelassen, sondern durch Strukturkonstanz ersetzt. Das würde also bedeuten, dass ich statt eines Taschentuches eine Folge von Variablen nehme, z.B. (x, y, z) , die als Leerform für ein Zeichen dient, das ich eigentlich einführen wollte, um mich an ein Objekt oder Ereignis zu erinnern. Das hinwiederum bedeutet aber nichts anderes, als dass (x, y, z) einfach die Leerform einer Zeichenklasse der Gestalt (I, O, M) ist, wobei I, O und M selber Variablen für triadisch-trichotomische dyadische Subzeichen sind. Im Gegensatz zu den „echten“ Variablen M, O, I sind (x, y, z) also positionsirrelevant, d.h. es wird nicht bereits festgesetzt, dass x , weil es zuerst kommt, dem I entspricht, das in einer Zeichenklassen zuerst kommt.

Wir können damit die 3 Abstaktionsschritte semiotisch wie folgt darstellen:

- 1. Wertabstraktion $\rightarrow (3.\alpha\ 2.\beta\ 1.\gamma) \rightarrow (a, b, c)$
- 2. Iterationsabstraktion \rightarrow
- 3. Positionsabstraktion $\rightarrow (a, b, c) \rightarrow (x, y, z)$

Iterationsabstraktionen spielt somit keine Rolle, solange man das Zeichen nach Peirce als $ZR = (M, O, I)$ definiert. Lässt man aber zwei oder mehr M's, O's, I's zu, dann würde z.B. die Eliminierung von zwei I's beim Übergang von 2. zu 3. bedeuten, dass erst auf der Ebene der Deutero-Ebene Sender und Empfänger zusammenfallen können, wie dies – fälschlicherweise für die Ebene der Peano-Zahlen – z.B. von Shannon und Weaver, Chomsky u.a. angenommen wird. Wir hätten dann also

- 1. Wertabstraktion $\rightarrow (\{3.\alpha\} \{2.\beta\} \{1.\gamma\}) \rightarrow (\{a\}, \{b\}, \{c\})$
- 2. Iterationsabstraktion $\rightarrow (\{a\}, \{b\}, \{c\}) \rightarrow (a, b, c)$
- 3. Positionsabstraktion $\rightarrow (a, b, c) \rightarrow (x, y, z),$

wobei natürlich gilt

- 1. Peano-Ebene (quant.) \rightarrow Proto-Ebene (qual.
- 2. Proto-Ebene \rightarrow Deutero-Ebene
- 3. Deutero-Ebene \rightarrow Trito-Ebene,

d.h. aber, dass Zeichen, die wir wie Zahlen verwenden, von ihrem rein quantitativen Standpunkt her nicht aus Kategorien, sondern aus Mengen von Kategorien bestehen müssen. Etwas zum Zeichen erklären bedeutet also nicht, dieses Etwas durch ein Schema von Kategorien zu repräsentieren, sondern es auf eine Menge von Mengen von Kategorien abzubilden.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Ein neues Paradox zwischen Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010